

ORSAY

Inscrit aux archives originales

du Centre de Documentation

C.N.R.S. sous le N° 3360

Série A, N°

N° d'ordre :

493

T H È S E S

Parç's

présentées à la

FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

MICHEL ép. SCHIFF Dominique

1ère Thèse

"Etude covariante des processus $\pi d \rightarrow \pi d$ et $\pi d \rightarrow pp$ "

2ème Thèse : Propositions données par la Faculté

Soutenues le 4 Juin 1969 devant la Commission d'Examen

MM. R. OMNES

Président

M. GOURDIN)

M. LE BELLAC)

TRAN THANH Van)

Examineurs

T H È S E S

présentées à la

**FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS**

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

MICHEL ép. SCHIFF Dominique

1ère Thèse

"Etude covariante des processus $\pi d \rightarrow \pi d$ et $\pi d \rightarrow pp$ "

2ème Thèse : Propositions données par la Faculté

Soutenues le 4 Juin 1969 devant la Commission d'Examen

MM. R. OMNES

Président

M. GOURDIN)

M. LE BELLAC)

TRAN THANH Van)

Examineurs



REMERCIEMENTS

Je remercie Messieurs M. Lévy et Ph. Meyer pour m'avoir accueillie dans ce laboratoire et permis de m'initier à la recherche en Physique Théorique.

Monsieur M. Gourdin qui a dirigé cette thèse m'a aidée de nombreux conseils.

Ce travail est le résultat d'une collaboration avec Monsieur J. Tran Thanh Van dont l'assistance généreuse et les conseils m'ont été très précieux.

Je voudrais remercier les membres du secrétariat, du service de tirage et de photographie qui ont contribué à l'édition de cette thèse : en particulier Madame S. Bonnevay.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	3
CHAPITRE I	
I - Généralités sur le vertex $np-d$	7
II - Singularités de l'amplitude de diffusion $a + b \rightarrow c + d$	12
CHAPITRE II	
1°) $\pi d \rightarrow \pi d$	17
a) approche de la théorie du potentiel	"
b) approche de la théorie des relations de dispersion	18
c) modèle phénoménologique proposé	20
2°) $\pi d \rightarrow p p$	23
a) approche de la théorie non relativiste	"
b) calculs relativistes	24
c) modèle phénoménologique proposé	25
CHAPITRE III : DIFFUSION πd ELASTIQUE	
1°) Considérations cinématiques	26
i) définitions	"
ii) l'amplitude de diffusion et la condition d'unitarité	27
iii) formalisme d'hélicité	29
2°) Singularités de l'amplitude de diffusion	35
i) amplitude totale	"
ii) singularités des ondes partielles	41
3°) Traitement dynamique	45
a) impulse et corrections de liaison	"
b) corrections de diffusion multiple	46
c) coupure de gauche	47
d) coupure de droite	50
4°) Résultats numériques	52
i) aspects qualitatifs	"
ii) résultats numériques - comparaison avec l'expérience	55
CHAPITRE IV : DIFFUSION $\pi d \rightarrow p p$	
1°) Considérations cinématiques	59
i) définitions	"
ii) l'amplitude de diffusion et la condition d'unitarité	60
iii) formalisme d'hélicité	61
iv) analyse de la section efficace différentielle en termes d'ondes partielles dominantes	65
2°) Singularités de l'amplitude	67
i) singularités de l'amplitude totale	"
ii) singularités des amplitudes partielles	70
iii) écriture des relations de dispersion	73

3°) Traitement dynamique	73
3.1.) Première approximation : négliger l'état intermédiaire NN	"
i) pôle du nucléon	75
ii) structure du deutéron	76
iii) traitement de l'état intermédiaire $NN\pi$	"
3.2.) Traitement de l'état intermédiaire NN	77
i) discussion	"
ii) écriture des relations de dispersion en présence de l'état NN^*	80
4°) Résultats numériques	81
4.1.) Première approximation - rediffusion NN négligeable	82
4.2.) Influence de la rediffusion $N-N$	92
CONCLUSION	98
APPENDICE A	
I. $\pi d \rightarrow NN^*$	101
a) cinématique	"
b) expression de l'amplitude	103
c) amplitudes d'hélicité	105
d) amplitudes partielles	107
II. $NN^* \rightarrow NN$	110
a) cinématique	"
b) expression de l'amplitude et des amplitudes d'hélicité	"
c) expression des amplitudes partielles	112
APPENDICE B	
1) L'asymétrie du pion	116
2) Polarisation du proton dans $\pi^+ d \rightarrow p p$	117
3) Analyse en termes d'ondes dominantes	"
REFERENCES	119

INTRODUCTION

Un certain nombre de tentatives ont été faites récemment pour traiter de façon satisfaisante les réactions mettant en jeu le deutéron. Après les travaux de K. Nishijima⁽¹⁾, R. Haag⁽²⁾ et W. Zimmermann⁽³⁾ montrant qu'il est possible d'appliquer au deutéron le formalisme habituel de la théorie quantique des champs, R. Blankenbecler et al.⁽⁴⁾ ont donné la forme la plus générale du vertex $np-d$ pour les trois particules sur leur couche de masse ; ensuite, R. Blankenbecler et L.F. Cook⁽⁵⁾ ont montré que les fonctions de vertex, dans l'approximation d'échange d'un π , satisfont des relations de dispersion ; la forme correspondante a été donnée par F.J. Gross⁽⁶⁾. Cette approximation, évidemment insuffisante, a servi de point de départ à une théorie phénoménologique, proposée par J. Tran Thanh Van⁽⁷⁾, dans laquelle la coupure des fonctions de vertex invariantes $A(t)$ et $B(t)$ est traitée de façon approchée par un pôle dont la position et le résidu sont fixés en accord avec les propriétés statiques du deutéron et avec les résultats de la diffusion élastique $e-d$. Cette théorie a été ensuite généralisée par M. Gourdin, M. Le Bellac, F.M. Renard et J. Tran Thanh Van⁽⁸⁾ (G.L.R.T.), qui proposent une description de $A(t)$ et $B(t)$ à l'aide de 3 pôles, de façon à satisfaire toutes les contraintes venant du caractère de mélange d'ondes S et D de la fonction d'onde du deutéron à la limite non relativiste ; les positions des pôles sont les paramètres de la théorie.

Cette représentation phénoménologique des fonctions de vertex permet de formuler de façon covariante, l'étude de processus à haute énergie mettant en jeu le deutéron. Une telle étude a été faite de façon satisfaisante pour la photodésintégration⁽⁹⁾ et a permis, à l'aide de trois paramètres, d'obtenir des résultats en accord avec l'expérience.

En fait les approximations dynamiques de ce modèle sont telles qu'il ne permet d'étudier la photodésintégration que dans un domaine d'énergie du photon $E_\gamma \leq 140$ MeV, c'est-à-dire dans un domaine de transfert pour la fonction de vertex du deutéron $0.7 \text{ m}^2 < |t| < \text{m}^2$. La première motivation du

présent travail est d'étendre la paramétrisation proposée à des transferts t plus éloignés de la couche de masse.

L'étude de la photodésintégration à plus haute énergie présente la complication essentielle du traitement de l'état intermédiaire à trois corps $\pi N N$. La complexité du formalisme exclut pour l'instant la possibilité de donner un traitement quantitatif de ce problème ; l'approximation phénoménologique qui consiste à approximer l'état $\pi N N$ par $N N^*$ est insuffisante, car l'échange du N^* ne permet pas de décrire l'amplitude de photoproduction dans la région d'énergie correspondante : en particulier, le terme photoélectrique (interaction directe du γ avec le π) est important⁽¹⁰⁾. Pour des processus comme $\pi d \rightarrow \pi d$ ou $\pi d \rightarrow p p$ dont l'étude constitue l'objet de ce travail, cette approximation est sûrement plus justifiée car l'échange du N^* est une bonne description de l'amplitude πN . De même que pour la photodésintégration les résultats expérimentaux⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ pour ces deux réactions, présentent l'aspect caractéristique suivant : les sections efficaces totales sont piquées au voisinage d'une énergie cinétique du π incident de 150 MeV dans le laboratoire, ce qui correspond à l'énergie du seuil $N N^*$; l'effet de cet état intermédiaire s'avère effectivement dominant.

Un certain nombre d'études théoriques ont déjà été tentées pour les deux processus auxquels nous nous intéressons. Les études non relativistes se heurtent aux difficultés inhérentes à ce genre de modèles :

- ambiguïté de choix des contributions et en particulier des corrections à l'approximation impulse,

- arbitraire dans le traitement des effets hors-couche et du vertex $np-d$.

On évite en principe ces difficultés en se tournant vers un modèle covariant basé sur l'analyticité et l'unitarité. Pour ce problème précis, la structure peu liée du deutéron est responsable de la simplification suivante : la présence de seuils anormaux en t associés aux différentes contributions, permet

de classer celles-ci par ordre de proximité de la région physique. On peut, de cette façon, mettre en évidence l'importance de la contribution de l'approximation impulse. De même, les corrections à l'impulse sont associées à des singularités anormales de plus en plus distantes. L'étude détaillée des singularités de l'amplitude de diffusion se fait par la méthode de Landau, basée sur l'examen des singularités des graphes successifs du développement en perturbations de la théorie des champs. Les résultats de cette étude peuvent être confirmés par les conclusions d'une approche par les techniques du problème à 3 corps⁽¹³⁾.

A partir de la connaissance des singularités de l'amplitude, on peut déduire et étudier une relation de dispersion en s ou en t pour l'amplitude totale. Une telle étude a été tentée mais doit comporter des approximations assez importantes telles que négliger le spin, si bien que l'on ne peut pas en attendre de résultats quantitatifs.

Au contraire, nous nous sommes placés dans une perspective strictement phénoménologique : l'approximation impulse est retenue comme approximation dominante ; la proche coupure anormale est incluse de façon phénoménologique ---par le pôle d'un " σ ", résonance de 2π de $I = J = 0$, et la structure du deutéron, en ce qui concerne πd élastique, et ---par le pôle du nucléon et la structure du deutéron, pour $\pi d \rightarrow p p$. Dans les deux cas, on tient compte de l'état intermédiaire $N N^*$ en écrivant l'unitarité à deux corps et en choisissant le modèle périphérique pour traiter $\pi d \rightarrow N N^*$ et $N N^* \rightarrow N N$. Cette façon de traiter l'effet de la voie inélastique $N N^*$ sur $\pi d \rightarrow \pi d$, par exemple, peut être assimilée à l'approximation "strip"⁽¹⁴⁾. Des relations de dispersion sont écrites pour les ondes partielles dont on peut démontrer qu'elles ont dans tous les cas les singularités découlant de la représentation de Mandelstam. De la même façon, on inclut de façon phénoménologique les corrections dues aux états intermédiaires $N N$ et les corrections à l'impulse. Pour $\pi d \rightarrow p p$, la première correction est traitée en résolvant des équations d'Omnès, en présence du terme inhomogène complexe dû à $N N^*$.

Il apparaîtra, dans le développement de ce travail, que pour la diffusion πd élastique, la forme des résultats dépend peu des paramètres du vertex $n p-d$. On traitera ce processus, en premier, pour contrôler le bien-fondé des approximations et on appliquera ensuite ces approximations à $\pi d \rightarrow p p$ en déterminant l'ensemble des paramètres permettant de décrire la photo-désintégration à basse énergie et ce type de processus.

Les résultats obtenus sont assez satisfaisants. Il apparaît que le modèle permet de bien comprendre le comportement en énergie de la section efficace totale et l'allure des distributions angulaires.

Le plan de cette étude est le suivant :

- Au chapitre I, nous rappelons les caractéristiques des fonctions de vertex $n p-d$ dans la théorie phénoménologique proposée par (G.L.R.T.) et nous indiquons brièvement quelles sont les techniques qui permettent de déterminer les singularités de l'amplitude totale.

- Au chapitre II, nous donnons une revue des résultats des modèles déjà proposés.

- Au chapitre III, nous étudions la réaction $\pi d \rightarrow \pi d$ en indiquant à chaque stade quelles sont les approximations faites. La réaction $\pi d \rightarrow p p$ est traitée dans le chapitre IV.

CHAPITRE I

- Généralités sur le vertex np-d

Nous allons dans ce qui suit retracer les étapes qui permettent d'aboutir à la paramétrisation proposée par (G.L.R.T.) que nous utiliserons dans notre modèle.

1°) Définition

Nous considérerons le cas particulier où un des nucléons est sur sa couche de masse. Introduisons l'amplitude spinorielle qui décrit le vertex, dans le cas par exemple d'un proton virtuel (Fig. 1) :

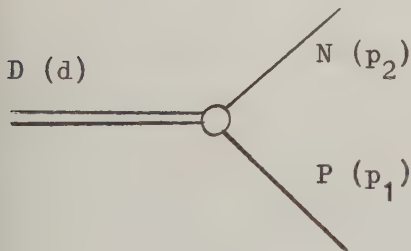


Fig. 1

$$\Gamma(p_1, p_2) u^c(p_2) = (2d^0 p_2^0 / m)^{\frac{1}{2}} \langle N | f_p(0) | D \rangle$$

$f_p(0)$ est le courant du proton virtuel,
 $u^c(p_2)$ est le spineur conjugué de charge
 associé au neutron, $\Gamma(p_1 p_2)$ est le
 vertex np-d et peut être mis sous la
 forme :

$$\Gamma(p_1, p_2) = [D_\rho + (m + i\gamma \cdot (d - p_2)) D_\rho^{(1)}] U^0(D, \lambda)$$

où D_ρ et $D_\rho^{(1)}$ s'expriment en fonction des invariants $A(t)$, $B(t)$ et $A^{(1)}(t)$ et $B^{(1)}(t)$:

$$D_\rho = A(t) i \gamma_\rho + p_{2\rho} B(t) \quad t = -(d - p_2)^2.$$

$U^0(D, \lambda)$ est un quadrivecteur polarisation permettant de décrire les états

d'hélicité du deutéron dont les caractéristiques seront précisées ultérieurement. On utilise la formule de réduction pour étudier les propriétés analytiques de $A(t)$ et $B(t)$: dans l'approximation d'échange d'un π , le calcul de la partie absorptive indique la présence d'un seuil anormal, dû à l'énergie de liaison du deutéron ϵ , pour $t = t_a \simeq m^2 + 2\mu(\mu + 2\alpha)^*$, $\alpha = m^2 \epsilon$; dans cette approximation, on peut calculer exactement la discontinuité sur la coupure anormale mais on traite, évidemment, de façon insuffisante la coupure $t \geq (m + \mu)^2$. Pour cette raison, G.L.R.T. se sont tournés vers une description phénoménologique, dans le cadre des relations de dispersion données par Blankenbecler et Cook. Dans cette étude, ils ont été guidés par le lien entre la limite non relativiste des fonctions de vertex et les fonctions d'onde S et D du deutéron. (La même démarche avait été suivie par J. Tran Thanh Van⁽⁷⁾ dans l'étude de la diffusion e-d).

2°) Limite non relativiste

(i) fonction d'onde du deutéron

On décrit le deutéron par la fonction d'onde suivante :

$$\Phi_D(\vec{r}) = N \left(\frac{u(r)}{r} y_{101}^M(\hat{r}) + \rho \frac{w(r)}{r} y_{121}^M(\hat{r}) \right).$$

Les fonctions y_{JLS}^M sont les harmoniques sphériques vectorielles,

N est la constante de normalisation asymptotique

ρ le rapport asymptotique des états S et D : on prend généralement $0.025 \leq \rho \leq 0.030$, en accord avec les propriétés statiques.

La transformée de Fourier de $\Phi_D(\vec{r})$ peut être écrite de façon commode sous la forme matricielle :

* m et μ désignent la masse du nucléon et du π respectivement

$$\tilde{\Phi}_D(p) = \sqrt{2\pi} \left\{ \tilde{u}(p) \vec{\sigma} \cdot \vec{U} + \frac{\rho}{\sqrt{2}} \tilde{w}(p) \left(3(\vec{\sigma} \cdot \hat{p}) ((\vec{U} \cdot \hat{p}) - \vec{\sigma} \cdot \vec{U}) \right) \right\}$$

dans le système au repos du deutéron :

$$\vec{d} = 0 ; \quad \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 ; \quad U_0 = 0 ; \quad \vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) ; \quad p = |\vec{p}| ; \quad \hat{p} = \frac{\vec{p}}{p} ;$$

$\tilde{u}(p)$ et $\tilde{w}(p)$ sont reliés à $u(r)$ et $w(r)$:

$$\tilde{u}(p) = \int_0^\infty j_0(pr) u(r) r dr$$

$$\tilde{w}(p) = \int_0^\infty j_2(pr) w(r) r dr .$$

On a proposé un certain nombre de potentiels pour décrire l'interaction NN. En général les fonctions d'onde correspondantes sont ajustées de façon à reproduire les données expérimentales concernant les propriétés statiques du deutéron. Les mêmes conditions doivent être satisfaites par les limites non relativistes des fonctions de vertex.

(ii) limite non relativiste des fonctions de vertex

La fonction d'onde relativiste est définie comme :

$$\Phi(D, p) = \sqrt{2d_0} \int e^{ipx} \langle 0 | T(\psi_{p_1}(\frac{x}{2}), \bar{\psi}_{p_2}^c(-\frac{x}{2})) | D \rangle d^4x .$$

En utilisant la formule de réduction, on peut facilement montrer que

$$\Phi(D, p) = S_F(p_1) \Gamma(p_1, p_2) S_F^c(p_2)$$

où $S_F(p_1)$ désigne le propagateur du proton et $S_F^c(p_2)$ le propagateur associé à $u^c(p_2)$.

Pour obtenir le lien entre la limite N-R du vertex et la fonction d'onde du deutéron, on calcule la limite N-R de $\Phi(D,p)$.

Avec les prescriptions pour le passage à la limite de Salpeter, on obtient les relations suivantes :

Dans la limite N-R , les combinaisons linéaires des $A(t)$ et $B(t)$ reliées à $\tilde{u}(p)$ et $\tilde{w}(p)$ sont :

$$F_S(t) \rightarrow \sqrt{\frac{8\pi}{m}} (p^2 + \alpha^2) \tilde{u}(p)$$

$$F_D(t) \rightarrow \sqrt{\frac{8\pi}{m}} \frac{3m}{\alpha^2} \frac{\rho}{\sqrt{2}} \left(\frac{\alpha^2}{2} (p^2 + \alpha^2) \tilde{w}(p) \right)$$

avec

$$F_S(t) = \bar{A}(t) + \frac{m^2 - t - 2\alpha^2}{6m} F_D(t) ; \quad \bar{A}(t) = A(t) - \frac{t - m^2}{2m} A^{(1)}(t)$$

$$F_D(t) = \bar{B}(t) - \frac{1}{2m} \bar{A}(t) ; \quad \bar{B}(t) = B(t) - \frac{t - m^2}{2m} B^{(1)}(t)$$

Dans la limite N-R : $m^2 - t = 2(p^2 + \alpha^2)$, en passant à la limite $t = m^2$, on obtient les normalisations asymptotiques des fonctions $F_S(t)$ et $F_D(t)$:

$$F_S(m^2) = \sqrt{\frac{8\pi}{m}} N = F_S^0$$

$$F_D(m^2) = \sqrt{\frac{8\pi}{m}} N \frac{3m}{\alpha^2} \frac{\rho}{\sqrt{2}} = F_D^0$$

où

$$N = \sqrt{\frac{2\alpha}{(1 + \rho^2)(1 - \alpha r(-\epsilon, -\epsilon))}} .$$

$r(-e, -e)$ est la portée effective du deutéron, reliée à la portée effective de l'interaction N-N dans l'état triplet.

Il est bon de retenir que l'ordre de grandeur de $m F_D^0 / F_S^0 \sim 25$; (et que $F_D(t)$ devient rapidement important quand $|t - m^2|$ augmente).

3°) Relations de dispersion pour $F_S(t)$ et $F_D(t)$

L'étude de R. Blankenbecler et L.F. Cook⁽⁵⁾, constitue une base pour supposer l'existence de relations de dispersion pour les fonctions de vertex $F_S(t)$ et $F_D(t)$ avec une soustraction au point $t = m^2$:

$$F_{S,D}(t) = F_{S,D}(m^2) + \frac{t - m^2}{\pi} \int_{t_a}^{\infty} \frac{\text{Im } F_{S,D}^a(t')}{(t' - m^2)(t' - t)} dt'.$$

La fonction spectrale est définie sur la coupure anormale par déformation du contour d'intégration normal.

Les fonctions $F_{S,D}(t)$ doivent (par hypothèse) satisfaire ces relations, ainsi qu'un certain nombre de conditions dérivées des conditions de régularité du comportement des fonctions d'onde à $r = 0$.

L'étude phénoménologique de G.L.R.T. consiste à remplacer la coupure par une série de pôles dont les positions et les résidus doivent satisfaire aux règles de somme mentionnées ci-dessus.

Le nombre minimum de pôles nécessaire pour obéir à ces conditions est 3 pour $F_D(t)$

$$\frac{F_D(t)}{F_D(M^2)} = 1 + (t - m^2) \sum_{\beta} \frac{c_{\beta}}{t_{\beta} - t}$$

t_β désigne la position des pôles : $t_\beta = M^2 + 2(\beta^2 - \alpha^2)$; β, γ, δ sont 3 paramètres ajustables. Les résidus C_β sont complètement déterminés :

$$C_\beta = \frac{(\alpha^2 - \delta^2)(\alpha^2 - \gamma^2)}{(\beta^2 - \delta^2)(\beta^2 - \gamma^2)} ; \quad C_\gamma = \frac{(\alpha^2 - \delta^2)(\alpha^2 - \beta^2)}{(\gamma^2 - \delta^2)(\gamma^2 - \beta^2)} ; \quad C_\delta = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 - \gamma^2)}{(\delta^2 - \beta^2)(\delta^2 - \gamma^2)} .$$

La forme de $F_S(t)$ est choisie pour des raisons de simplicité comme devant satisfaire

$$\frac{F_S(t)}{F_S(M^2)} = \frac{F_D(t)}{F_D(M^2)} .$$

Cette paramétrisation est compatible avec les propriétés statiques du deutéron (moment quadrupolaire, moment magnétique, normalisation de la fonction d'onde) qui fixent un domaine de variation pour les paramètres $\beta, \gamma, \delta, \rho$; la comparaison entre la théorie et l'expérience pour la photodésintégration à basse énergie permet de diminuer l'intervalle à l'intérieur duquel peuvent varier ces paramètres. Nous verrons que nous serons amenés à paramétriser séparément $F_S(t)$ et $F_D(t)$, et à choisir pour $F_D(t)$ une forme décroissant plus rapidement avec le transfert.

II - Singularités de l'amplitude de diffusion $a + b \rightarrow c + d$

Il est possible, en principe, d'étudier la structure analytique de l'amplitude de diffusion avec des techniques de matrice S. En dehors des pôles et des points de branchement, on peut prédire l'existence de singularités de Landau dont la position et la nature seraient complètement déterminées, d'après l'hypothèse d'analyticité maximale de Chew⁽¹⁵⁾, par la position des pôles et des points de branchement et la relation d'unitarité.

Cependant, on fait généralement l'hypothèse pratique (et on vérifie pour les

singularités les plus proches) que les singularités de l'amplitude de diffusion peuvent être déterminées à partir des représentations spectrales satisfaites en théorie des perturbations.

Les règles de Landau-Cutkosky⁽¹⁶⁾ indiquent quelles sont les singularités d'une intégrale de Feynman générale. Pour fixer les idées et introduire les notations, écrivons cette intégrale sous la forme :

$$I = \int \frac{d^4 k_1 \dots d^4 k_l}{\prod_{i=1}^N (q_i^2 + m_i^2 + i\epsilon)} \quad \epsilon > 0$$

q_i désigne le moment de la $i^{\text{ème}}$ ligne interne

$k_1 \dots k_l$ désignent l boucles indépendantes ; nous considérons le cas sans spin, dont l'introduction est inessentielle.

Introduisons la paramétrisation de Feynman :

$$I = \int \frac{d^4 k_1 \dots d^4 k_l \left(\prod_{i=1}^N d\alpha_i \right) \delta\left(\sum \alpha_i - 1\right)}{\left(\sum_{i=1}^N \alpha_i (q_i^2 + m_i^2 + i\epsilon) \right)^N}$$

Les règles de Landau-Cutkosky peuvent s'énoncer de la manière suivante :

Les singularités de I apparaissent

- i) soit comme des singularités des graphes réduits obtenus à partir du graphe correspondant à I en contractant des lignes internes : $\alpha_i = 0$,
- ii) soit comme singularités dominantes, données par les conditions :

$$q_i^2 = -m_i^2 \quad i = 1, \dots, N \quad \text{et}$$

$$\sum_j \alpha_i q_i = 0 \quad \text{pour chaque } j \quad \text{où } \sum_j \text{ désigne la sommation}$$

le long de la boucle correspondant à k_j .

Examinons l'exemple du graphe triangulaire de la figure 2 que nous serons amenés à considérer au cours de ce travail

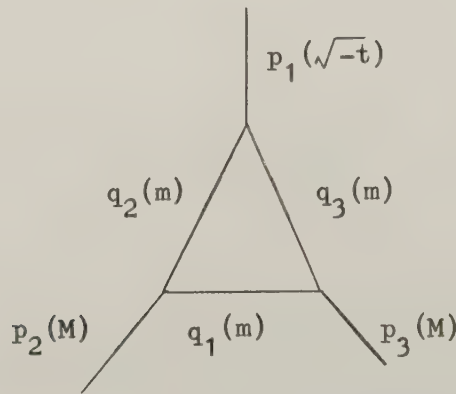


Fig. 2

La singularité dominante (seuil anormal) de ce graphe, s'obtient :

$$q_i^2 = -m_i^2 \quad i = 1, 2, 3$$

(I.1)

$$\sum_i \alpha_i q_i = 0 .$$

La dernière équation s'écrit de façon équivalente

$$\sum_i \alpha_i (q_i \cdot q_j) = 0 \quad j = 1, 2, 3 :$$

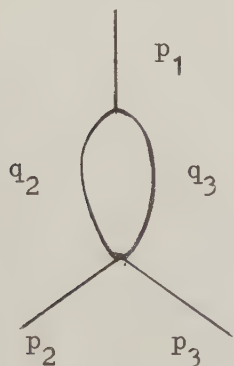
c'est-à-dire

$$\det (q_i \cdot q_j) = 0 .$$

Tenant compte de la condition (I.1) on obtient facilement l'équation de la singularité en t :

$$t \simeq 16 \alpha^2 .$$

De la même manière, on trouve facilement l'équation des singularités plus basses. Par exemple la singularité du graphe correspondant à la contraction de la ligne q_1 (Fig. 3) est donnée par



$$\alpha_1 = 0$$

$$q_2^2 = -m_2^2, \quad q_3^2 = -m_3^2 \quad \text{et} \quad \alpha_2 q_2 + \alpha_3 q_3 = 0$$

c'est-à-dire

$$t = 0,4 M^2.$$

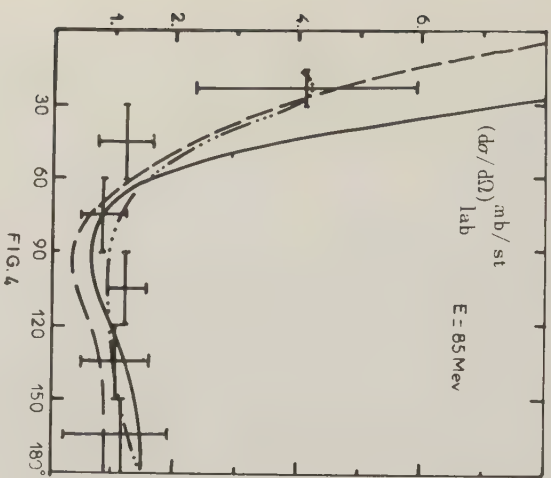
M désigne la masse du deutéron.

Fig. 3

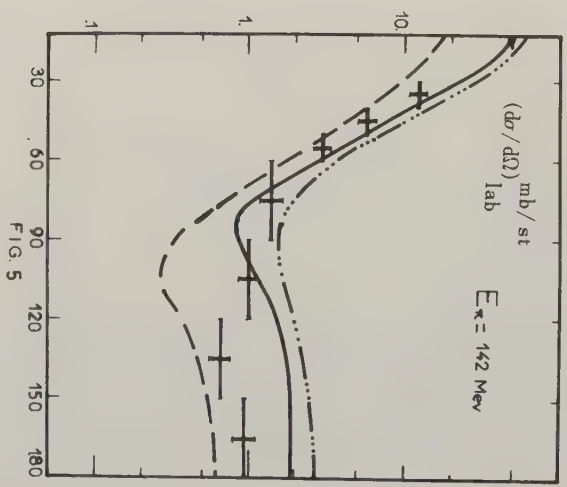
On montre que seule la singularité $t = 4M^2$ est sur le feuillet physique, car la solution $t = 0$ correspond à des $\alpha_i < 0$.

En fait pour les graphes complexes, la méthode géométrique de la construction du graphe dual permet d'obtenir plus rapidement la position de la singularité et sa nature (dans le feuillet physique ou non).

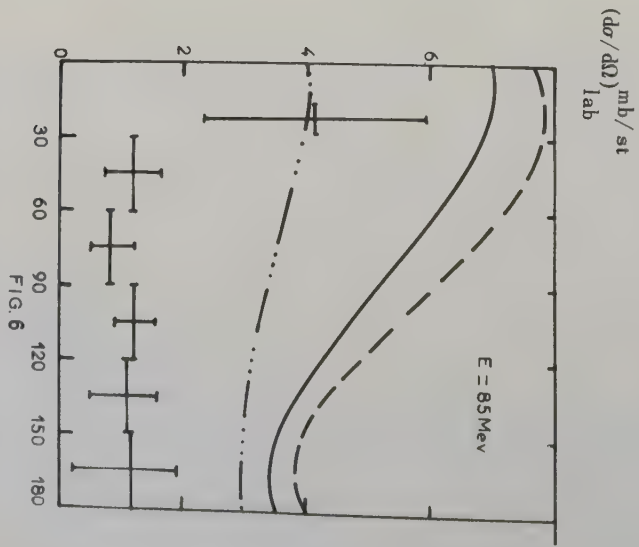
Nous donnerons successivement pour $\pi d \rightarrow \pi d$ et $\pi d \rightarrow p p$, la position des singularités les plus proches ainsi déterminées.



Comparison entre les calculs non relativistes et les résultats expérimentaux à 85 MeV ;
 Rockmore ;
 ——— Ramakrishnan et al. ;
 - - - - - Bransden et Moorhouse.



Comparison entre les calculs non relativistes et les résultats expérimentaux à 142 MeV ;
 Rockmore ;
 ——— Pendleton ;
 - - - - - Bransden et Moorhouse.



Comparison entre les calculs relativistes et les résultats expérimentaux à 85 MeV ;
 Ando et Feldman, approximation impulsive simple ;
 ——— Ando et Feldman, approximation impulsive + corrections de liaison
 - - - - - Brehm et Sucher.

CHAPITRE II

Nous décrivons dans ce chapitre les modèles théoriques qui tentent de rendre compte des résultats expérimentaux pour πd élastique (voir Fig. 4, 5, 6) et $\pi d \rightarrow p p$. On peut classer ces modèles en deux catégories suivant qu'ils utilisent une approche non relativiste ou une approche covariante basée sur l'analyticité de l'amplitude de diffusion. Nous passerons d'abord en revue ce qui concerne πd élastique. Dans chacun des cas, nous donnerons aussi un exposé du modèle utilisé.

1) $\pi d \rightarrow \pi d$

a) Approche de la théorie du potentiel

Le premier traitement détaillé a été donné par R. Rockmore⁽¹⁷⁾ dans le cadre de l'approximation impulse. L'intérêt d'un tel calcul est de montrer l'importance des corrections à l'impulse et des effets hors-couche. L'accord obtenu, bon à 85 MeV (énergie incidente du π dans le laboratoire), ne se produit pas à plus haute énergie. En fait le seul modèle systématique a été proposé par H.N. Pendleton⁽¹⁸⁾. Ce modèle tente de proposer un remède à l'arbitraire du traitement des effets hors couche dans l'approximation impulse : dans cette approximation, l'amplitude de la diffusion πd est obtenue comme

$$T(\pi d) = K(T(\pi p) + T(\pi n)) \int \exp(i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}) |\psi_{pnd}(\mathbf{r})|^2 d^3r$$

K est un facteur cinématique, $\mathbf{p}$ le moment transféré dans la collision, ψ_{pnd} la fonction d'onde du deutéron.

Il est clair que le choix de K et de ψ_{pnd} est très ambigu ; Pendleton propose une optimisation de ce choix à l'aide d'une méthode variationnelle. La même méthode est appliquée à la diffusion double. De cette façon, la cinématique πN est fixée à une configuration moyenne "optima". Une telle

méthode ne permet pas d'obtenir un accord satisfaisant avec l'expérience et ne pallie qu'une partie de l'arbitraire de l'approximation précédente. Mentionnons pour être complets les travaux de S. Fernbach, P.A. Green et K.M. Watson⁽¹⁹⁾ et de K.A. Brueckner⁽²⁰⁾ qui ont donné la méthode de l'approximation impulse et indiqué l'importance des diffusions multiples, les calculs de A. Ramakrishnan, V. Devanathan et K. Venkatesan⁽²¹⁾ dans le cadre du modèle statique (peu approprié sauf au seuil) et de B.H. Bransden et R.G. Moorhouse⁽²²⁾ dans le cadre de la méthode variationnelle de Schwinger⁽²³⁾.

Nous retenons de cette revue l'arbitraire du traitement des nucléons liés dans le deutéron et la nécessité de corriger l'impulse par la contribution de la diffusion multiple.

b) Approche de la théorie des relations de dispersion

Toutes les tentatives pour formuler le problème en ces termes, mettent l'accent sur le fait que la structure peu liée du deutéron ($\epsilon \simeq 2.226$ MeV) implique la présence de seuils anormaux proches associés aux contributions importantes : ce fait est une façon de traduire la possibilité d'utiliser l'approximation impulse où l'on suppose que le π interagit séparément avec chacun des nucléons. On verra effectivement apparaître dans l'analyse des singularités de l'amplitude de diffusion, les seuils anormaux proches comme associés aux graphes carrés ; ces graphes, où le π interagit avec un seul des nucléons du deutéron constituant, en quelque sorte, l'approximation impulse pour la théorie des chan-

J.J. Brehm et J. Sucher⁽²⁴⁾ ont utilisé cette approximation en paramétrisant l'amplitude π -N par une formule à deux pôles de façon à reproduire le N^* (notons qu'en principe, dans cette approche, le comportement de l'amplitude π -N hors couche est donné par l'analyticité) ; mais ils n'ont pas donné de traitement de la diffusion multiple et des corrections de liaison dont on ne peut négliger l'importance.

F. Ando et D. Feldman⁽²⁵⁾ se sont attachés à résoudre ce problème, ce qui implique évidemment de traiter les états intermédiaires à 3 et 4 corps. En fait ils sélectionnent les graphes en retenant les singularités les plus proches et montrent que, à suffisamment basse énergie, on peut approximer les états intermédiaires à 3 et 4 corps dans la voie t par des états à 2 corps à condition de traiter correctement la structure du deutéron. Une grande simplification dans le choix des graphes les plus importants provient de la présence des seuils anormaux en t beaucoup plus proches de la région physique que les seuils normaux. Si on considère par exemple les graphes contenant deux nucléons intermédiaires dans la voie t , toutes les contributions correspondantes ont le même seuil normal en t mais peuvent être distinguées par des seuils anormaux différents suivant que l'on précise l'interaction spécifique liée aux états intermédiaires de la voie s .

Aux énergies qui nous intéressent, on peut se borner à tenir compte de la coupure anormale et négliger la coupure normale. Ando et Feldman écrivent une relation de dispersion en t à s fixé pour l'amplitude totale (sans spin) et calculent la discontinuité sur la coupure pour s non physique et une masse du deutéron petite (telle qu'il n'y ait pas de seuil anormal) en utilisant l'unitarité de l'amplitude dans la voie t . Pour passer au cas d'un deutéron réel et d'une valeur physique de s , on peut prolonger analytiquement l'amplitude en déformant le contour d'intégration pour tenir compte du seuil anormal⁽²⁶⁾.

Ce traitement suppose le développement d'un formalisme très compliqué. Ando et Feldman doivent négliger le spin du deutéron et se borner à des énergies basses (au dessous du seuil NN^*). Le résultat qu'ils obtiennent est seulement qualitatif et ne permet que de reproduire très grossièrement l'allure de la distribution angulaire.

Mentionnons aussi un calcul de J.N. Chahoud et G. Russo⁽²⁷⁾. Ceux-ci s'intéressent uniquement au graphe d'impulse de la figure 4 et ne retiennent que la coupure anormale en t . Ils écrivent une relation de dispersion en t à

s fixé et sont amenés pour des raisons de simplicité à fixer la cinématique

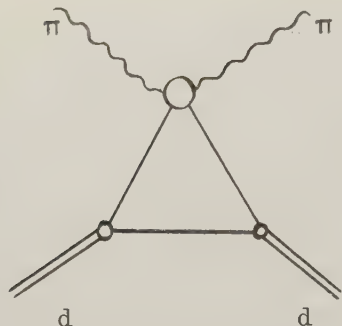


Fig. 7

πN dans une configuration moyenne, pouvant ainsi factoriser l'amplitude πN pour laquelle ils utilisent les déphasages expérimentaux.

On voit bien que de cette manière, ils sont confrontés à un arbitraire analogue au traitement non relativiste. Ils trouvent cependant un ordre de grandeur satisfaisant pour la section efficace

totale (élastique) sans donner de résultats pour $d\sigma/dt$ dont on attend qu'ils ne puissent pas reproduire la forme.

En conclusion nous noterons qu'un traitement complet du problème dans le cadre du problème à deux corps semble devoir se limiter aux basses énergies et à des prédictions qualitatives. Nous allons nous tourner vers l'exposé du modèle phénoménologique inspiré des traitements décrits ci-dessus à l'aide duquel nous pourrions mieux comprendre l'allure des résultats expérimentaux.

c) Modèle phénoménologique proposé

Le but de notre travail est de proposer pour la diffusion πd élastique, un traitement phénoménologique covariant (incluant le spin) qui tienne compte de l'unitarité inélastique. Ceci semble en effet crucial si on veut rendre compte des résultats expérimentaux et en particulier de la section efficace totale qui présente un pic à l'ouverture du canal NN^* .

(i) Dans un premier stade, nous nous appuierons sur l'étude des singularités de l'amplitude de diffusion par Ando et Feldman. Nous sélectionnerons les graphes qui ont les seuils anormaux les plus bas. Nous serons ainsi amenés à retenir les graphes correspondant à l'approximation impulse (deux nucléons

intermédiaires dans la voie t et un nucléon spectateur), le seuil normal de l'état intermédiaire à 2π dans la voie t , et les corrections de liaison et de diffusion multiple. Pour les graphes ainsi sélectionnés, on spécifie les états intermédiaires dans la voie s et on ne retient pour tout état πN que le N ou le N^* . Nous indiquerons en particulier que le graphe "d'impulse", avec un tel état intermédiaire $N N^*$ (N^* considéré comme stable) possède une courbe de Landau $t_I(s)$ qui présente par rapport à la courbe de Landau $t_{II}(s)$ du graphe à deux nucléons la propriété suivante : pour des valeurs physiques de s , $t_I(s)$ passe par le seuil anormal alors que cela n'arrive à $t_{II}(s)$ que pour des valeurs non physiques de s . Cette propriété peut être considérée comme un argument en faveur de la dominance de l'état intermédiaire $N N^*$.

(ii) Dans un deuxième stade, nous utiliserons le fait que les amplitudes partielles possèdent les singularités dynamiques qui découlent de la représentation de Mandelstam, bien que celle-ci ne soit pas valable pour les amplitudes invariantes (par exemple, pour s physique, la courbe de Landau $t(s)$ peut prendre des valeurs complexes) et nous donnerons l'analyse de ces singularités.

(iii) A ce niveau, nous introduisons la phénoménologie : les points de branchement décrits plus haut se manifestent dans les ondes partielles en produisant une coupure de gauche proche du seuil normal de la voie s . Nous représenterons la contribution à cette coupure de façon phénoménologique par le pôle du $\sigma^{(28)}$ (résonance de 2π , $J = I = 0$) couplé au deutéron par l'intermédiaire du couplage $\sigma N \bar{N}$ dans l'approximation "impulse". Dans cette approximation "impulse", nous incluons en fait la structure du deutéron et donc une partie des corrections de liaison, et considérons que cette paramétrisation tient compte des singularités en t les plus importantes. Les paramètres introduits sont la masse du méson σ : m_σ , et le produit des constantes de couplage $g_{\sigma\pi\pi}$ et $g_{\sigma N\bar{N}}$ reliées aux largeurs partielles du σ .

L'unitarité inélastique est écrite pour les ondes partielles de façon à tenir compte des états $N N$ et $N N^*$ dans la voie s . Pour l'approximation impulse et les corrections de liaison nous appliquons l'unitarité aux graphes

dispersifs de la figure 8

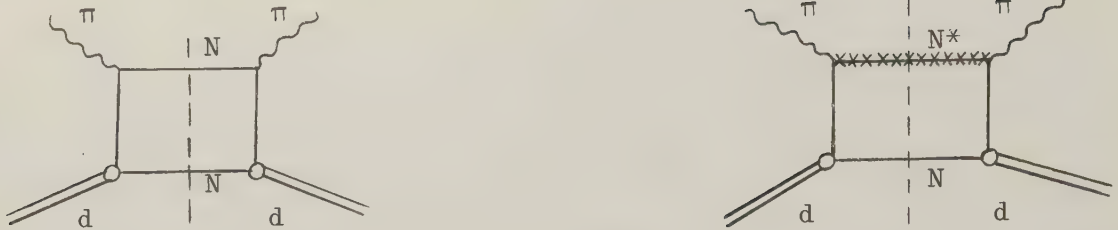


Fig. 8

Les corrections de diffusion multiples sont incluses en calculant la discontinuité associée aux graphes de la figure 9

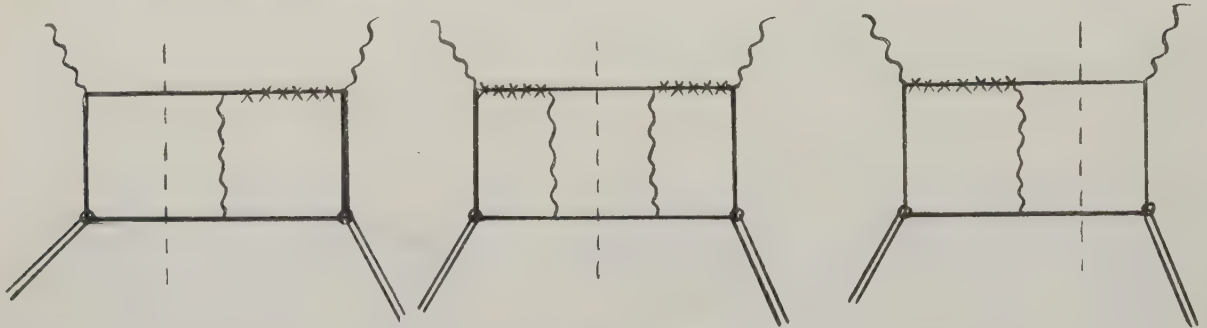


Fig. 9

Notons que nous donnons ainsi un traitement partiel des états à plusieurs corps dans la voie t .

iv) Nous calculons l'amplitude $\pi d \rightarrow N N^*$ dans le modèle d'échange d'un nucléon. (Nous n'avons pas d'information expérimentale directe sur ce processus). Ce modèle simple est corrigé par une représentation phénoménologique de la largeur de N^* : on ouvre dans la relation d'unitarité un continuum de canaux à deux corps $N N^*(m^*)$, les masses m^* étant distribuées suivant une fonction de distribution de type Breit-Wigner. Une certaine liberté dans le choix de cette fonction permet de compenser le fait que la validité de la représentation de $N N \pi$ par $N N^*$ n'est vraie que dans un domaine limité d'énergie.

v) Nous adoptons pour le vertex n - p - d la paramétrisation utilisée dans l'étude de la photodésintégration. De même que les facteurs de forme

électromagnétiques du deutéron⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽³⁰⁾, les résultats sont peu sensibles aux détails de la fonction d'onde ; ceci est dû au fait que l'on intègre en quelque sorte le module carré de la fonction d'onde sur le transfert t et la décroissance rapide de l'intégrant a comme conséquence l'insensibilité du résultat à sa forme à grand t .

Ce modèle phénoménologique semble échapper aux inconvénients des modèles non relativistes et à la complexité du formalisme des modèles relativistes plus fondamentaux.

b) $\pi d \rightarrow p p$

Avant de donner une description des modèles proposés, rappelons quelles sont les caractéristiques des résultats expérimentaux : la section efficace totale présente un pic accentué au voisinage du seuil NN^* (ce qui correspond à une énergie du nucléon incident dans le laboratoire pour $p p \rightarrow \pi d$ de l'ordre de 650 MeV, et à une énergie du π incident de l'ordre de 150 MeV) ; la section efficace différentielle apparaît comme très caractéristique de la contribution d'un petit nombre d'ondes partielles : $d\sigma/d\Omega \propto A + B \cos^2 \theta$, au voisinage du seuil NN^* $A/B \sim 1/3$; une telle forme pour la section efficace différentielle peut être comprise, si l'on retient uniquement les moments orbitaux relatifs S et D du π par rapport au deutéron, par la dominance de l'état intermédiaire NN^* dans un état de moment orbital $l = 0$. Les modèles théoriques retiennent et mettent en lumière cette dominance dynamique de façon plus ou moins satisfaisante.

a) Approche de la théorie non relativiste

D.B. Lichtenberg⁽³¹⁾, D.A. Geffen⁽³²⁾ et A.E. Woodruff⁽³³⁾ ont fait des calculs semi-phénoménologiques dans le cadre du formalisme hamiltonien, en utilisant le modèle statique pour l'interaction πN et des formes phénoménologiques pour le potentiel NN et la fonction d'onde du deutéron. L'accord

avec l'expérience est évidemment sujet à caution, étant donné l'arbitraire du traitement des effets hors couche, comme dans tous les calculs non relativistes.

Des calculs phénoménologiques ont d'autre part été proposés par K.A. Brueckner et K.M. Watson⁽³⁴⁾, K.M. Watson⁽³⁵⁾, M. Gell-Mann et K.M. Watson⁽³⁶⁾, A.H. Rosenfeld⁽³⁷⁾, basés sur l'approximation de retenir seulement un petit nombre d'ondes partielles supposées constantes à basse énergie (évidemment après avoir extrait le comportement au seuil) à part un facteur décrivant la rediffusion NN . On arrive ainsi à rendre compte des résultats expérimentaux avec un petit nombre de paramètres. S. Mandelstam⁽³⁸⁾ a proposé une extension de cette analyse à plus haute énergie, en incluant plus d'ondes partielles et l'interaction π -N.

b) Calculs relativistes

Nous ne parlerons que des calculs basés sur l'analyticité de K. Vasavada⁽³⁹⁾ et J. Chahoud, G. Russo et F. Selleri⁽⁴⁰⁾. De même que pour πd élastique, l'analyse des singularités de l'amplitude de diffusion permet de retenir les contributions importantes : le pôle du nucléon, et le seuil anormal associé à l'énergie de liaison du deutéron constituent les singularités les plus proches de la voie t ; dans la voie s on peut légitimement faire l'hypothèse que seuls les états à deux corps sont importants et ne garder que NN et NN^* . Vasavada écrit des relations de dispersion pour les ondes partielles (l'amplitude totale est supposée satisfaire la représentation de Mandelstam) ; le vertex n - p - d est décrit par un pôle et la contribution des singularités de la voie s est incluse en écrivant la relation d'unitarité. Dans ces conditions la solution des équations d'Omnès-Muskhelishvili⁽⁴¹⁾ obtenues est en désaccord quantitatif avec l'expérience.

Mentionnons, pour être complets, le travail de Chahoud, Russo, Selleri, qui appliquent à $\pi d \rightarrow p p$ la même méthode qu'à πd élastique. Ils évaluent le graphe dont les singularités sont dominantes dans la région d'énergie

voisine du seuil NN^* . Ils écrivent pour l'amplitude correspondante une relation de dispersion à s fixé en t , mais en ne considérant que la discontinuité sur la coupure anormale. L'amplitude πN est factorisée et représentée par une forme de Breit-Wigner. L'accord avec l'expérience est qualitativement bon et constitue une confirmation de ce que les singularités précitées déterminent effectivement la dynamique du processus (ceci, bien que le traitement des effets hors couche soit arbitraire).

c) Modèle phénoménologique proposé

Nous nous plaçons dans le cadre délimité par le travail de Vasavada, mais modifions son modèle à partir des critiques simples qui permettent de comprendre le désaccord obtenu :

(i) la paramétrisation choisie pour la fonction de vertex n - p - d est sûrement mauvaise pour l'onde D (à la limite non relativiste, les conditions de comportement au seuil de l'onde D ne sont pas satisfaites) ;

(ii) nous savons comment tenir compte de l'instabilité du N^* , ayant pu tester l'approximation proposée dans πd élastique.

Dans un premier stade, nous négligeons la rediffusion NN qui est surtout importante à basse énergie. Nous écrirons des relations de dispersion pour les ondes partielles et montrerons la sensibilité des résultats par rapport aux paramètres du deutéron.

Dans un deuxième stade, nous inclurons la rediffusion NN , en résolvant les équations d'Omnès, pour les ondes partielles, en présence du terme complexe dû à l'état intermédiaire NN^* .

Dans le calcul phénoménologique, nous négligerons le seuil anormal en s et ne donnerons de résultats quantitatifs qu'à partir d'une énergie où cette approximation devient normalement légitime : $E_N \simeq 400$ MeV dans le laboratoire (le seuil de la réaction correspond à $E_N \simeq 280$ MeV).

CHAPITRE III

DIFFUSION π d ELASTIQUE

1) Considérations cinématiques

i) définitions

Désignons par k et k' les moments des pions initial et final, d et d' ceux du deutéron et introduisons pour décrire la cinématique de la réaction les trois invariants

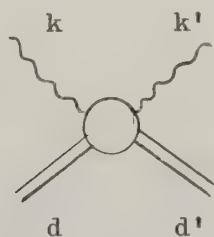


Fig. 10

$$s = -(k + d)^2 = -(k' + d')^2$$

$$t = -(k - k')^2 = -(d - d')^2$$

$$u = -(k - d')^2 = -(d - k')^2$$

s, t, u satisfont la relation $s + t + u = 2(\mu^2 + M^2)$.^{*} M et μ désignent les masses du deutéron et du π .

Dans le système du centre de masse de la voie "s" désignons par $\vec{k}$ et $\vec{k}'$ les tri-impulsions dans l'état initial et final respectivement, k_0 et d_0 les énergies des π et des deutérons :

$$k = (\vec{k}, k_0)$$

$$d = (-\vec{k}, d_0)$$

$$k' = (\vec{k}', k_0)$$

$$d' = (-\vec{k}', d_0)$$

^{*} Nous utilisons la métrique $p^2 = \vec{p}^2 - p_0^2$

avec $\vec{k}^2 = \vec{k}'^2 = \frac{1}{4s} [s - (\mu + M)^2][s - (\mu - M)^2] = k^2$

$$k_o = \frac{s + \mu^2 - M^2}{2\sqrt{s}} \quad d_o = \frac{s + M^2 - \mu^2}{2\sqrt{s}} .$$

s, t, u s'expriment en fonction de l'énergie totale W et de l'angle de diffusion $\theta = (\vec{k}, \vec{k}')$:

$$\begin{aligned} s &= W^2 \\ t &= -2k^2(1 - \cos \theta) \\ u &= -2k^2(1 + \cos \theta) + (k_o - d_o)^2 . \end{aligned}$$

Les valeurs physiques prises par s, t, u dans la région physique de la voie s , satisfont évidemment $s \geq (\mu + M)^2$, $-1 \leq \cos \theta \leq 1$.

ii) l'amplitude de diffusion et la condition d'unitarité

Les éléments de la matrice S pour la diffusion élastique πd sont reliés aux éléments de la matrice T par la relation :

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^{-2} \delta_4(k + d - k' - d') \frac{1}{4} (k_o d_o k'_o d'_o)^{-\frac{1}{2}} T_{fi} .$$

Pour décrire la diffusion $\pi d \rightarrow \pi d$ il y a en principe 9 amplitudes scalaires -- la conservation de la parité et l'invariance par renversement du temps réduisent ce nombre à 4. De cette façon T_{fi} s'écrit :

$$T_{fi} = \sum_{i=1}^4 A_i(s, t, u) I^i \quad (\text{III.1})$$

où les A_i sont des fonctions scalaires de s, t, u .

On choisit pour les invariants I^i les formes les plus simples :

$$I^1 = g^{\rho\sigma} \xi_\rho(d) \xi_\sigma^*(d')$$

$$I^2 = k^\rho k'^\sigma \xi_\rho(d) \xi_\sigma^*(d')$$

$$I^3 = k'^\rho k^\sigma \xi_\rho(d) \xi_\sigma^*(d')$$

$$I^4 = (k^\rho k^\sigma + k'^\rho k'^\sigma) \xi_\rho(d) \xi_\sigma^*(d').$$

On peut montrer que ce choix correspond à des A_i sans singularités cinématiques. $\xi_\rho(d)$ et $\xi_\sigma^*(d')$ décrivent les polarisations du deutéron initial et du deutéron final.

La section efficace différentielle non polarisée est facilement obtenue sous la forme

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi W}\right)^2 \frac{1}{3} \sum_{\text{spins}} |T_{fi}|^2.$$

L'unitarité de la matrice S s'exprime, si l'on ne retient que les états intermédiaires à deux corps :

$$i(T_{if}^* - T_{fi}) = (2\pi)^{-2} \sum_n \frac{N_1 N_2}{n_1^0 n_2^0} \delta_4(k+d-n_1-n_2) T_{fn}^* T_{in} \quad (\text{III.2})$$

où $\sum_n$ indique la sommation sur les états intermédiaires (sommation sur les polarisations, intégration sur l'espace de phases), et N_1, N_2 sont des normalisations $N_i = \frac{1}{2}$ ou m_i pour un boson ou un fermion. Pour une amplitude sans spin la relation (III.2) s'écrirait dans le système du centre de masse :

$$\text{Im } T_{fi} = \frac{N_1 N_2}{2(2\pi)^2} \frac{|n|}{W} \sum_{\text{pol}} \int d\Omega_n T_{fn}^* T_{in} \theta[s - (m_1 + m_2)^2]$$

où $n^2 = \frac{1}{4s} [s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]$, $\int d\Omega_n$ désigne l'intégration angulaire.

Au paragraphe suivant, nous indiquerons quelle forme prend la relation d'unitarité pour les amplitudes d'hélicité.

iii) formalisme d'hélicité

Désignons par λ et μ les hélicités des deutérons initial et final. Suivant Jacob et Wick⁽⁴²⁾ nous définissons les amplitudes d'hélicité et leur développement en amplitudes partielles d'hélicité :

$$F_{\lambda,\mu} = \langle \mu | T | \lambda \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_J \left(J + \frac{1}{2}\right) \langle \mu | T_J(W) | \lambda \rangle e^{-i(\lambda-\mu)\varphi} d_{-\lambda,-\mu}^J(\theta). \quad (\text{III.3})$$

Nous sommes intéressés par les sections efficaces non polarisées et posons $\varphi = 0$. $d\sigma/d\Omega$ s'exprime en fonction des amplitudes $F_{\lambda\mu}$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi W}\right) \frac{1}{3} \sum_{\lambda,\mu} |F_{\lambda,\mu}|^2.$$

On exprime facilement les amplitudes d'hélicité en fonction des amplitudes scalaires $A_i(s,t,u)$ définies par la formule (III.1). Les polarisations $\xi_\rho(d)$ et $\xi_\rho^*(d')$ correspondant à des hélicités $0, \pm 1$ sont données suivant les conventions de Jacob et Wick :

$$\xi^{(+)} = (\cos \theta, -i, \sin \theta, 0)/\sqrt{2}$$

$$\xi'^{*(+)} = (1, i, 0, 0)/\sqrt{2}$$

$$\xi^{(0)} = -(d_0 \sin \theta, 0, -d_0 \cos \theta, k)/M$$

$$\xi'^{*(0)} = -(0, 0, -d_0, k)/M$$

$$\xi^{(-)} = -(\cos \theta, i, \sin \theta, 0)/\sqrt{2}$$

$$\xi'^{*(-)} = (-1, i, 0, 0)/\sqrt{2}$$

en choisissant l'axe Oz le long de $\vec{k}'$ dans le système du centre de masse. Nous donnons les relations reliant les amplitudes d'hélicité aux amplitudes invariantes dans la table I.

Les amplitudes partielles d'hélicité définies à la formule (III.3) s'obtiennent en appliquant les propriétés d'orthogonalité des matrices $d_{\lambda\mu}^J$:

$$F_{\lambda,\mu}^J = \langle \mu | T_J(W) | \lambda \rangle = \int F_{\lambda,\mu} d_{-\lambda,-\mu}^J(\theta) d\Omega.$$

La condition d'unitarité (III.2) s'exprime facilement en fonction des $F_{\lambda,\mu}^J$:

$$\text{Im } F_{\lambda,\mu}^J = \frac{N_1 N_2}{2(2\pi)^2} \frac{|n|}{W} \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} H_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda}^J H_{\lambda'_1 \lambda'_2, \mu}^{J*}$$

où $H_{\lambda'_1 \lambda'_2, \mu}^J$ est l'amplitude partielle d'hélicité correspondant au processus

$$n_1(\lambda'_1) + n_2(\lambda'_2) \rightarrow \pi + d(\mu).$$

On peut exprimer les amplitudes partielles d'hélicité en fonction des amplitudes d'ondes partielles. La méthode est de construire dans un premier temps des états de parité déterminée à partir des états d'hélicité et de moment angulaire donnés :

$$|J M \lambda \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |J M \lambda \rangle + \bar{\omega} P |J M \lambda \rangle \}$$

où P désigne l'opération parité.

Suivant la méthode de Jacob et Wick, on relie ensuite ces états aux états de moment orbital donné ℓ , en couplant le moment ℓ au spin 1 du deutéron :

$$|J M \lambda \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\ell} (1 + \bar{\omega}(-1)^{\ell}) \left(\frac{2\ell+1}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} \langle J, -\lambda | \ell, 0; 1, -\lambda \rangle |J M \ell 1 \rangle \quad (\text{III.4})$$

TABLE I

$$F_{1,1} = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) A_1 - \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \theta A_3$$

$$F_{1,-1} = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta) A_1 + \frac{1}{2} k^2 \sin^2 \theta A_3$$

$$F_{1,0} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{2} M} \{ d_0 A_1 + k^2 (k_0 + d_0 \cos \theta) A_3 + k^2 W A_4 \}$$

$$F_{0,0} = \frac{1}{M^2} \{ (d_0^2 \cos \theta - k^2) A_1 + k^2 W^2 A_2 + k^2 (k_0 + d_0 \cos \theta)^2 A_3 + 2W(k_0 + d_0 \cos \theta) k^2 A_4 \}$$

Les autres amplitudes d'hélicité s'obtiennent à partir des quatre amplitudes indépendantes ci-dessus par les formules suivantes qui traduisent l'invariance par parité et renversement du temps :

$$F_{-\lambda, -\mu}(\theta) = (-1)^{\lambda-\mu} F_{\lambda, \mu}(\theta)$$

$$F_{\mu, \lambda}(\theta) = (-1)^{\lambda-\mu} F_{\lambda, \mu}(\theta).$$

et nous obtenons :

$$F_{\lambda, \mu}^J = \frac{1}{2} \sum_{\bar{\omega}} \langle J M \mu \bar{\omega} | T | J M \lambda \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\ell \ell'} \frac{1}{2} \sum_{\bar{\omega}} (1 + \bar{\omega}(-1)^\ell)(1 + \bar{\omega}(-1)^{\ell'}) \times$$

$$\times \frac{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}}{2J+1} \langle J -\lambda | \ell 0 1 -\lambda \rangle \langle J -\mu | \ell' 0 1 -\mu \rangle \langle J M \ell' 1 | T | J M \ell 1 \rangle \quad (II)$$

Désignant l'amplitude d'onde partielle $\langle J M \ell' 1 | T | J M \ell 1 \rangle$ par $T_{\ell \ell'}^J$, et utilisant les propriétés d'orthogonalité des coefficients de Clebsch-Gordan nous obtenons

$$T_{\ell \ell'}^J = \frac{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}}{2J+1} \sum_{\lambda, \mu} \langle J -\lambda | \ell 0 1 -\lambda \rangle \langle J, -\mu | \ell' 0 1 -\mu \rangle F_{\lambda \mu}^J.$$

La formule qui exprime les $F_{\lambda \mu}^J$ en fonction des $T_{\ell \ell'}^J$, est obtenue immédiatement à l'aide de (III.3) et (III.5). Pour un J donné, il y a en général 4 amplitudes partielles indépendantes :

trois transitions de parité $\bar{\omega} = (-1)^J$: $T_{J-1, J-1}^J$, $T_{J-1, J+1}^J$, $T_{J+1, J+1}^J$ et une transition de parité $\bar{\omega} = (-1)^{J+1}$: $T_{J, J}^J$.

Nous donnons les expressions explicites des $F_{\lambda \mu}^J$ en fonction de ces quatre transitions dans la table II.

Les formules inverses se trouvent dans la Table III.

TABLE II

$$F_{1,1} = \frac{1}{8\pi} \sum_J d_{-1,-1}^J(\theta) [(J+1) T_{J-1,J-1} + 2 \sqrt{J(J+1)} T_{J-1,J+1} + J T_{J+1,J+1} + 2(J+\frac{1}{2}) T_{JJ}]$$

$$F_{1,-1} = \frac{1}{8\pi} \sum_J d_{-1,1}^J(\theta) [(J+1) T_{J-1,J-1} + 2 \sqrt{J(J+1)} T_{J-1,J+1} + J T_{J+1,J+1} - 2(J+\frac{1}{2}) T_{JJ}]$$

$$F_{1,0} = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}} \sum_J d_{-1,0}^J(\theta) [\sqrt{J(J+1)} T_{J-1,J-1} - T_{J-1,J+1} - \sqrt{J(J+1)} T_{J+1,J+1}]$$

$$F_{0,0} = \frac{1}{4\pi} \sum_J d_{0,0}^J(\theta) [J T_{J-1,J-1} - 2 \sqrt{J(J+1)} T_{J-1,J+1} + (J+1) T_{J+1,J+1}]$$

TABLE III

$$T_{J-1,J-1} = \frac{1}{4(2J+1)} \left\{ (a_{1,1} + a_{1,-1}) \left(1 + \frac{1}{2J+1}\right) + a_{0,0} \left(1 - \frac{1}{2J+1}\right) + \frac{4\sqrt{2J(J+1)}}{2J+1} a_{1,0} \right\}$$

$$T_{J+1,J+1} = \frac{1}{4(2J+1)} \left\{ (a_{1,1} + a_{1,-1}) \left(1 - \frac{1}{2J+1}\right) + a_{0,0} \left(1 + \frac{1}{2J+1}\right) - \frac{4\sqrt{2J(J+1)}}{2J+1} a_{1,0} \right\}$$

$$T_{J-1,J+1} = \frac{1}{2(2J+1)^2} \{ \sqrt{J(J+1)} (a_{1,1} + a_{1,-1} - a_{0,0}) - a_{1,0} \sqrt{2} \}$$

$$T_{JJ} = \frac{1}{2(2J+1)} \{ a_{1,1} - a_{1,-1} \}.$$

avec

$$a_{1,1}(J) = 2(2J+1) \int d\Omega F_{1,1} d_{-1,-1}^J(\theta)$$

$$a_{1,-1}(J) = 2(2J+1) \int d\Omega F_{1,-1} d_{-1,+1}^J(\theta)$$

$$a_{1,0}(J) = 2(2J+1) \int d\Omega F_{1,0} d_{-1,0}^J(\theta)$$

$$a_{0,0}(J) = 2(2J+1) \int d\Omega F_{0,0} d_{0,0}^J(\theta).$$

Singularités de l'amplitude de diffusion

Nous suivrons l'analyse des singularités de l'amplitude de diffusion donnée par Ando et Feldman et indiquerons, comme conséquence, la proximité des singularités attachées aux contributions que nous retiendrons.

i) amplitude totale

Dans cette étude des singularités dynamiques, nous oublions les spins, c'est-à-dire que nous étudions les singularités des invariants sans singularités cinématiques, suivant la méthode standard, décrite au chapitre I, d'étude des singularités associées aux graphes de Feynman. Considérons la figure 11 où tous les graphes mettant en jeu jusqu'à quatre corps intermédiaires dans les voies t et u , ont été dessinés. Explicitons en particulier les graphes, contenus dans (11.a), correspondant à l'approximation impulse, dans la figure 12.

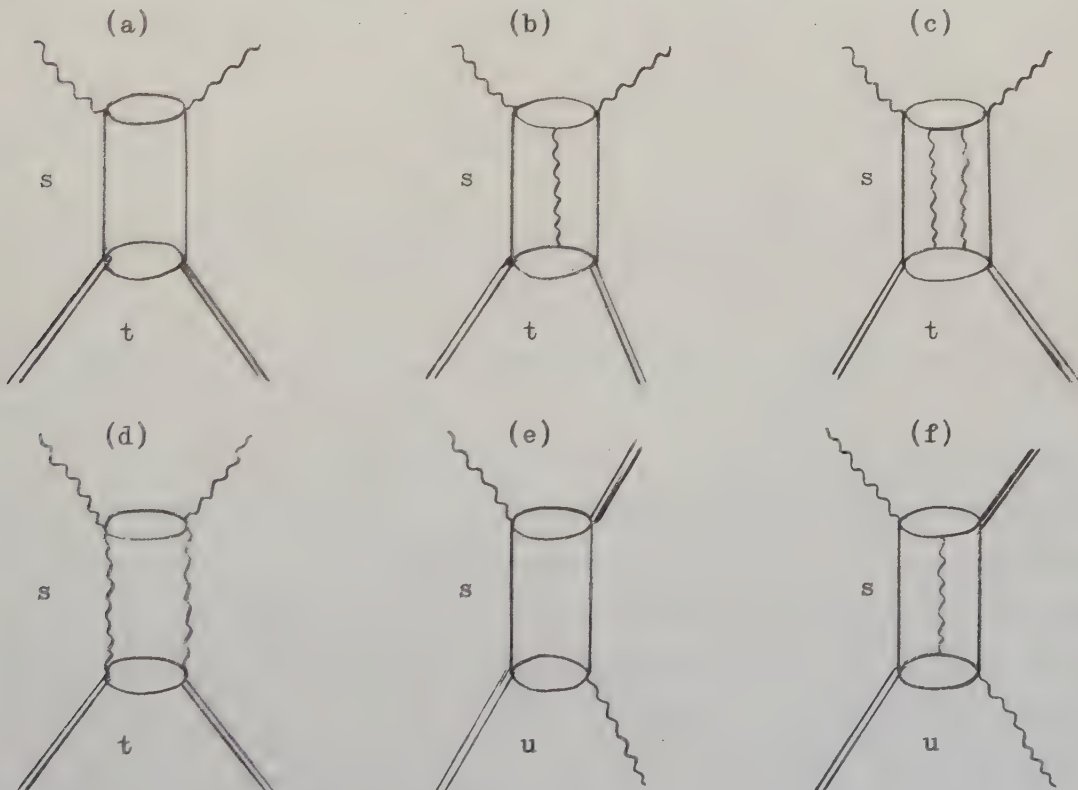


Fig. 11

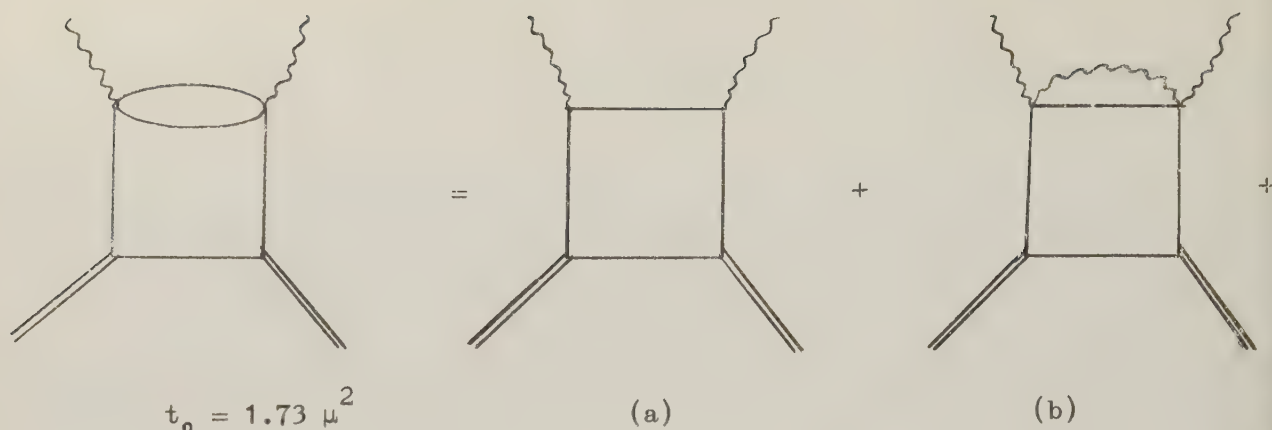


Figure 12

ii) graphes d'impulse

Les seuils normaux correspondant au graphe (12.a) sont $s = 4 m^2$, $t = 4 m^2$. Pour étudier la présence des seuils anormaux^{*}, on considère les graphes réduits (13.a), (13.b) et (13.c) dessinés dans la figure 13 ainsi que les graphes duals correspondants.

Nous mettons ainsi en évidence la présence de seuils anormaux dans la voie t et dans la voie s . On trouve facilement (voir chapitre I):

$$t_0 = 4M^2 - \frac{M^4}{m} = 16 \alpha^2 \approx 1.73 \mu^2$$

$$s_0 = M^2 + \mu^2 - \frac{M^2 \mu^2}{2 m^2} + 2 M \mu \sqrt{\left(1 - \frac{M^2}{4m^2}\right) \left(1 - \frac{\mu^2}{4m^2}\right)} \approx 180.6 \mu^2$$

$$t'_0 = 4\mu^2 - \frac{\mu^4}{m} \text{ n'est pas un seuil anormal dans le feuillet physique}$$

*Rappelons que l'on désigne par seuil normal le point de branchement sur l'axe réel situé à la plus petite énergie de l'état intermédiaire dans la relation d'unitarité, toute autre singularité (en dehors du seuil physique) due à l'unitarité est désignée par anormale.

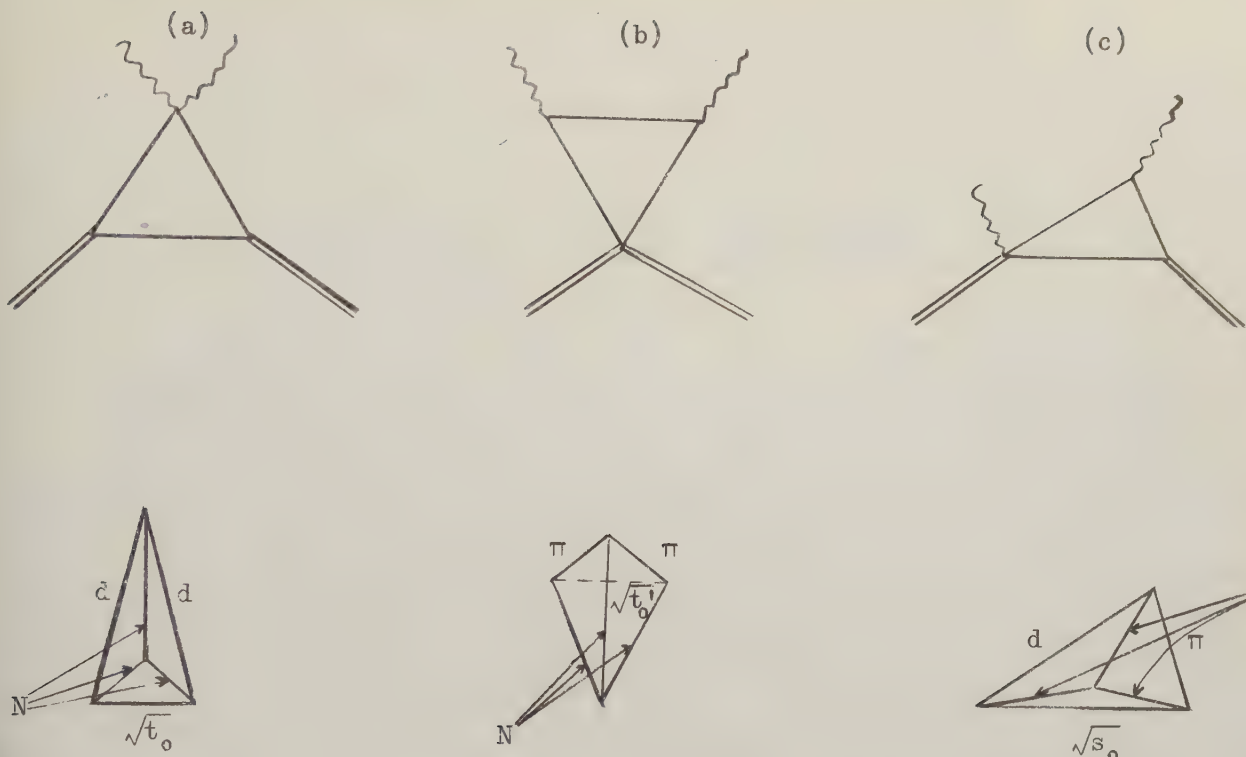


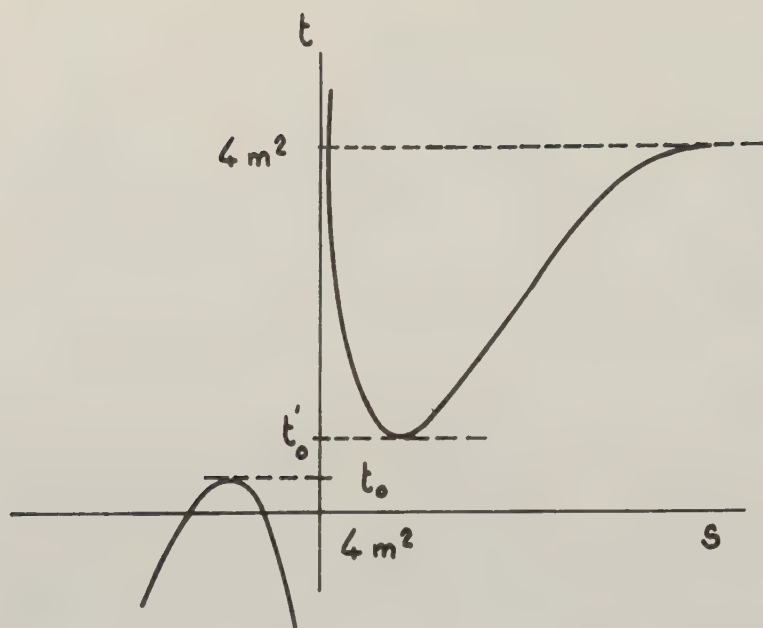
Figure 13

La courbe de Landau correspondant au graphe (12.a) est obtenue facilement :

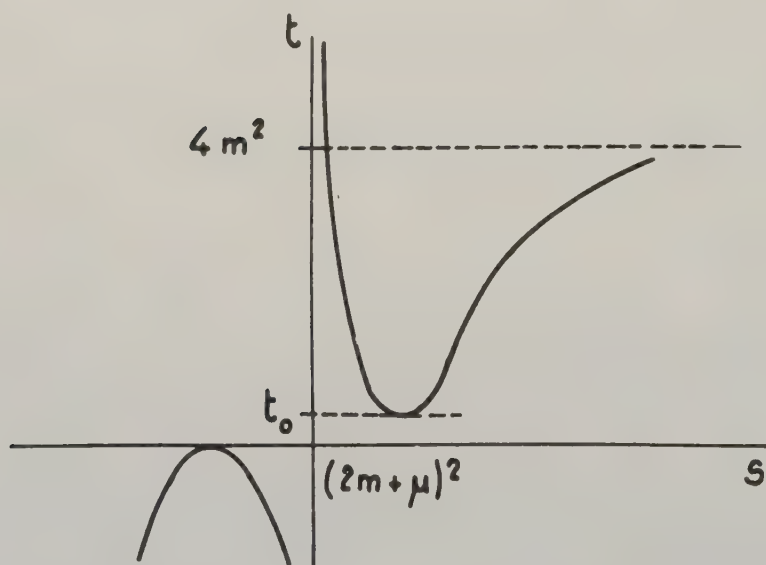
$$t = 0$$

$$t = 4m^2 \frac{(s - s_0)(s - s'_0)}{s(s - 4m^2)} \quad \text{avec} \quad s'_0 = M^2 + \mu^2 - \frac{M^2 \mu^2}{2m^2} - 2M\mu \sqrt{\left(1 - \frac{M^2}{4m^2}\right)\left(1 - \frac{\mu^2}{4m^2}\right)}.$$

Nous n'indiquerons pas quelles portions de cette courbe (Fig. 14.a) se trouvent dans le feuillet physique mais signalerons seulement que pour $t_0 < t < t'_0$, apparaissent des singularités complexes en s , ce qui rend caduque la représentation de Mandelstam. (Ceci est la raison pour laquelle Ando et Feldman choisissent d'écrire une relation de dispersion à s fixé dans la région physique). La même technique appliquée au graphe (12.b) indique évidemment la présence du même seuil anormal t_0 . La courbe de Landau est tracée sur la figure (14.b). Remarquons que le seuil anormal t_0 apparaît, dans ce cas, dans la région physique $s > (2m + \mu)^2$ au voisinage du seuil NN^* , ce qui est un argument en faveur de l'importance d'une telle contribution.



(a)



(b)

Fig. 14

i2) corrections à l'impulse

Considérons, en premier, les corrections à l'approximation impulse contenues dans les graphes (11.a), qui sont dessinées dans la figure 15.

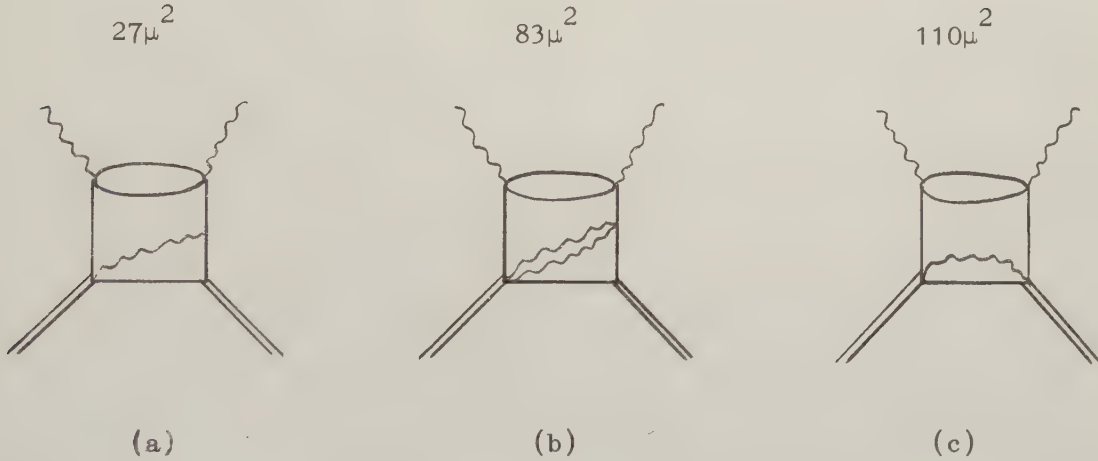


Fig. 15

La méthode des graphes duals appliqués aux graphes réduits correspondants permet de trouver éventuellement les seuils anormaux. Rappelons que pour le graphe triangulaire général de la figure 16, le seuil anormal t_0 est donné par

$$t_0 = \frac{1}{4m_1^2} [\Delta(m_1 m_2) + \Delta(m_1 m_3)]^2 + \frac{(m_2^2 - m_3^2)^2}{4m_1^2}$$

où

$$\begin{aligned} \Delta(m_1 m_2) &= \Delta(m_2 m_1) = \\ &= \{[(m_1 + m_2)^2 - M^2][M^2 - (m_1^2 - m_2^2)^2]\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

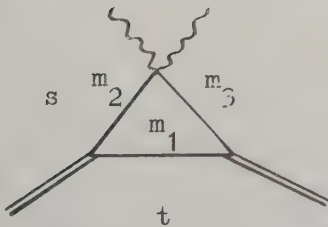


Fig. 16

Pour (15.a)	$m_1 = m$	$m_2 = m + \mu$	$m_3 = m$	$t_0 \simeq 27\mu^2$
(15.b)	$m_1 = m$	$m_2 = m + 2\mu$	$m_3 = m$	$t_0 \simeq 83\mu^2$
(15.c)	$m_1 = m + \mu$	$m_2 = m$	$m_3 = m$	$t_0 \simeq 110\mu^2$

En conséquence nous nous attendons à ce que ces contributions soient négligeables devant les contributions de l'impulse (à suffisamment basse énergie).

. Considérons, ensuite, les corrections de liaison contenues dans le graphe (11.1). Nous indiquons dans la figure 17 les graphes résultants et leurs seuils anormaux.

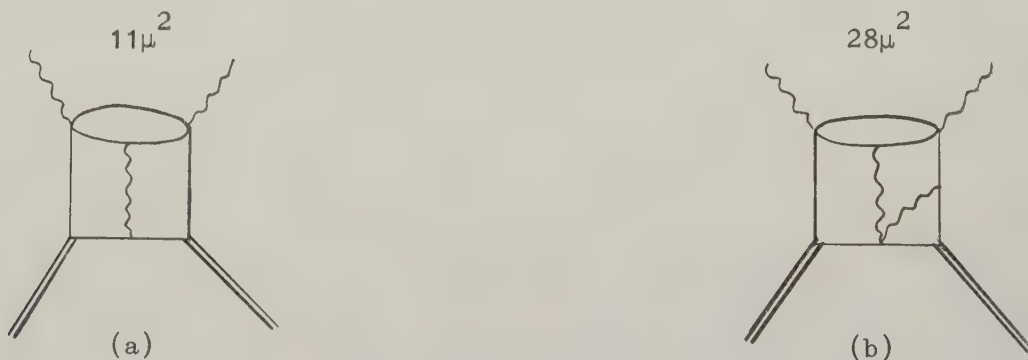


Fig. 17

Les corrections de diffusion multiple correspondant au plus bas seuil anormal $t_0 = 28\mu^2$ sont dessinées dans la figure 18.

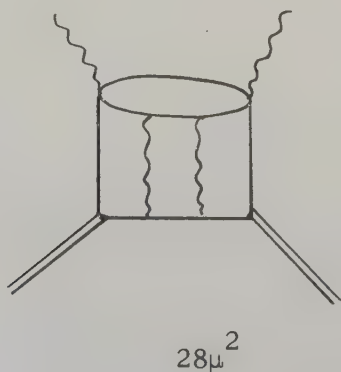


Fig. 18

Notons aussi que

- l'état intermédiaire à 2π de la figure (11.d) produit un point de branchement $t = 4\mu^2$
- les singularités associées aux graphes (11.e) et (11.f) sont des seuils anormaux en u éloignés de la région physique

$$u_0 = M^2 + \mu^2 - \frac{M^2 \mu^2}{2m^2} + 2M\mu \sqrt{\left(1 - \frac{M^2}{4m^2}\right)\left(1 - \frac{\mu^2}{4m^2}\right)} \sim 180.6 \mu^2$$

obtenu à partir de s_0 dans le changement $s \leftrightarrow u$.

De cette analyse, il découle que les contributions importantes à retenir proviennent des graphes où la "boule du bas" est remplacée par un propagateur de nucléon et parmi ces graphes : l'impulse avec états intermédiaires NN et $NN\pi$ dans la voie s (Fig. 12), l'état intermédiaire à 2π (Fig. 11.d), les corrections de liaison (Fig. 17), et éventuellement les corrections de diffusion multiple (Fig. 18).

ii) singularités des ondes partielles

a) sans spin

L'étude des singularités de l'amplitude totale permet de mettre en évidence l'existence de singularités complexes qui rendent caduque la représentation de Mandelstam. Cependant plusieurs auteurs⁽⁴³⁾ ont pu montrer que l'existence de relations de dispersion pour les ondes partielles est plus générale que la représentation de Mandelstam. Dans le cas des masses égales, N. Nakanishi⁽⁴⁴⁾ a montré l'existence de relations de dispersion pour les ondes partielles à tous les ordres du développement en perturbations. Dans le cas présent, J.G. Taylor et A.E.A. Warburton⁽⁴⁵⁾ ont montré, jusqu'au quatrième ordre, que les singularités complexes qui impliquent que l'amplitude totale n'obéit pas à la représentation de Mandelstam sont sans effet sur les ondes partielles dont les singularités sont obtenues comme découlant de cette représentation. On obtient facilement le

lieu de celles-ci dans le plan complexe de s , par la méthode analytique donnée par J. Kennedy et T.D. Spearman⁽⁴⁶⁾ :

- une coupure correspondant à la coupure en s de l'amplitude totale la coupure physique de $s = (M + \mu)^2$ à ∞ , la coupure associée au seuil normal $s = 4m^2$, et au seuil anormal s_0 .

- une coupure sur l'axe réel entre $-\infty$ et 0 due aux états intermédiaires dans la voie t tels que $4M^2 < t < \infty$, une coupure entre $-\infty$ et $(M - \mu)^2$ due aux états intermédiaires dans la voie u tels que $(M + \mu)^2 < u < \infty$.

- les états intermédiaires dans la voie t pour $4\mu^2 < t < \infty$ donnent lieu à une coupure dans le plan complexe : un cercle de rayon $M^2 - \mu^2$.

- le seuil anormal en t situé à $t_0 = 16\alpha^2 \approx 1.73\alpha^2$ donne lieu à 2 points de branchement sur l'axe réel situés à $s_1 = 156.6\mu^2$ et $s_2 = 201.6\mu^2$. La structure des singularités est précisée sur la figure 19.

b) singularités cinématiques

L'étude précédente correspond à la projection sur les polynômes de Legendre d'une amplitude invariante sans singularités cinématiques. G. Cohen-Tannoudji, A. Morel et H. Navelet⁽⁴⁷⁾ ont donné de façon systématique la méthode qui permet de construire à partir des amplitudes d'hélicité des amplitudes sans singularités cinématiques. En construisant ces amplitudes sans singularités cinématiques pour le processus $\pi d \rightarrow \pi d$, et en les exprimant en fonction des invariants $A_i(s, t, u)$ à l'aide de la table I, on vérifie explicitement que les A_i n'ont pas de singularités cinématiques. On peut exprimer les amplitudes sans singularités cinématiques en fonction des ondes partielles ; il apparaît que le comportement au seuil et au pseudo-seuil de celles-ci compensent exactement les singularités des polynômes de Legendre. Ceci est en fait un cas particulier du résultat général de J.D. Jackson et J.E. Hite⁽⁴⁸⁾. Toutes les singularités des ondes partielles $T_{\ell\ell'}^J$ au seuil et pseudoseuil sont absorbées dans le facteur $(k^2)^{\ell+\ell'}$; on peut donc appliquer l'analyse a) aux amplitudes $T_{\ell\ell'}^J = T_{\ell\ell'}^J / (k^2)^{\ell+\ell'}$ à condition de négliger un point de branchement à $s = 0$ qui

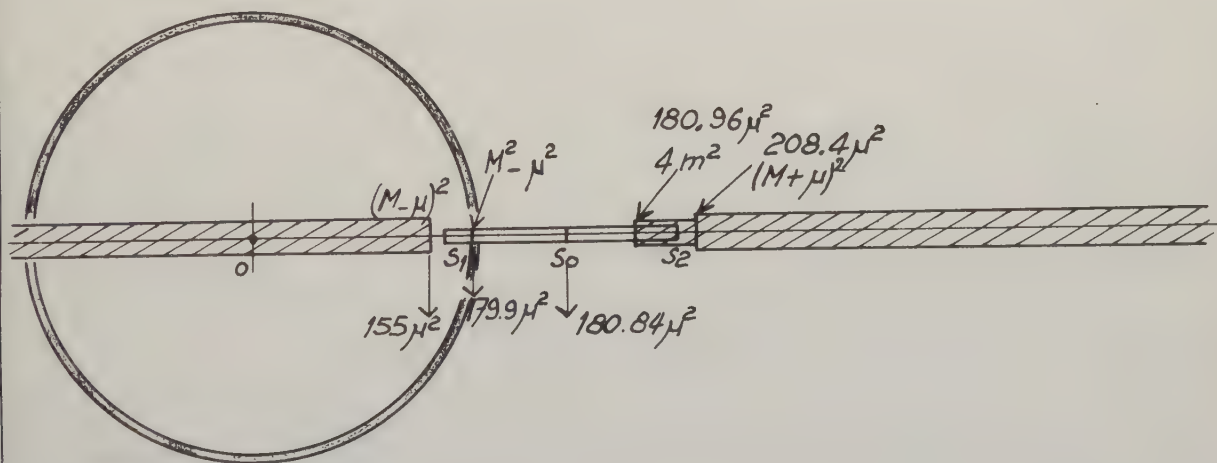


Fig. 19.

constitue évidemment une singularité très lointaine.*

c) écriture des relations de dispersion

Traisons le cas de $T_{\ell\ell}^J$, pour $\ell = \ell'$ de façon à simplifier les notations. Oubliant le seuil anormal et le seuil normal en s , on peut écrire une relation de dispersion pour T_{ℓ}^J sous la forme habituelle :

$$T_{\ell}^J(s) = \frac{1}{2i\pi} \int_L \frac{\text{disc } T_{\ell}^J(s')}{s' - s - i\epsilon} ds' + \int_{s_P}^{\infty} \frac{\text{Im } T_{\ell}^J(s')}{s' - s - i\epsilon} ds'$$

L dénote la coupure de gauche et s_P le seuil physique.

Pour assurer le comportement au seuil et tenir compte des singularités cinématiques (sauf à $s = 0$), nous écrivons en fait cette relation de dispersion pour l'amplitude :

* Rappelons brièvement les résultats de Jackson et Hite :

Dans le cas de particules avec spin, la complication vient de la différence entre le moment angulaire total J et le moment orbital L , le premier contrôle le comportement au seuil de $d_{\lambda\mu}^J \sim (\cos \theta)^J$, le deuxième le comportement au seuil des amplitudes d'ondes partielles. C'est en combinant les spins des particules $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, $\vec{S}' = \vec{S}_3 + \vec{S}_4$ et ajoutant les moments orbitaux pour obtenir $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \vec{L}' + \vec{S}'$ en tenant compte de la parité que l'on peut trouver le maximum de $J - L$ et établir ainsi la structure des singularités cinématiques pour chaque terme de la série des ondes partielles et donc de toute l'amplitude. La même méthode vaut aussi au pseudoseuil à condition de tenir compte d'un changement de parité intrinsèque de la particule la plus légère dont nous désignons le spin par S_1 : $\eta \rightarrow \eta (-1)^{2S_1}$.

$$h_\ell(s) = \frac{T_\ell^J(s)}{k^{2\ell}}.$$

Les deux relations de dispersion ne sont équivalentes que si l'ensemble suivant de règles de somme est réalisé :

$$\frac{1}{2i\pi} \int_L \frac{\text{disc } T_\ell^J(s)}{s'^{n+1}} ds' + \frac{1}{\pi} \int_{s_P}^{\infty} \frac{\text{Im } T_\ell^J(s')}{s'^{n+1}} ds' = 0 \quad n = 0, \dots, \ell-1. \quad (\text{III.6})$$

(Ceci est clairement violé si on approxime la contribution de la coupure de gauche par un terme de Born, étant donné la relation d'unitarité).

Nous n'imposerons évidemment pas les conditions (III.6) mais pour préserver le comportement asymptotique de $T_\ell^J(s)$, nous écrirons la relation de dispersion suivante :

$$T_\ell^J(s) = T_\ell^{JL}(s) + \left(\frac{k^2}{s+s_0}\right)^\ell \frac{1}{\pi} \int_{s_P}^{\infty} \left(\frac{s'+s_0}{k'^2}\right)^\ell \frac{\text{Im } T_\ell^J(s')}{s'-s-i\epsilon} ds' \quad (\text{III.7})$$

où s_0 est dans la région non physique et $T_\ell^{JL}(s)$ représente la contribution de la coupure de gauche pour laquelle nous donnons une approximation phénoménologique sans passer par les relations de dispersion.

traitement dynamique

a) Impulse et corrections de liaison

Pour la coupure de gauche, nous retenons les singularités de la voie t correspondant à :

- la coupure anormale qui commence à $t \simeq 1.73 \mu^2$
- l'échange de 2π

- la structure du deutéron dont on tient compte en utilisant la théorie phénoménologique de G.I.R.T.

La discontinuité sur la coupure de droite est donnée par la relation d'unitarité dans laquelle on garde les états intermédiaires NN et $NN\pi$; ce dernier est approximé par NN^* . (L'état intermédiaire πd peut être supposé négligeable, notons qu'on évite ainsi le problème des équations couplées dans la résolution de (III.7)). L'analyse des résultats montrera que la contribution de l'état NN à la partie imaginaire est petite devant la contribution de NN^* . On peut donc négliger légitimement le seuil anormal et le seuil normal (l'existence du seuil anormal s_0 est liée à l'état intermédiaire NN) et choisir la borne inférieure des intégrales de dispersion à $s = s_p$. Les processus $\pi d \rightarrow pp$ et $\pi d \rightarrow NN^*$ sont calculés dans l'approximation de l'échange d'un nucléon, mais en incorporant la structure du deutéron.

Remarquons que le fait d'inclure la structure du deutéron, pour les coupures de gauche et de droite, tient déjà compte d'une partie des corrections de liaison.

b) corrections de diffusion multiple

Pour tenir compte des corrections à l'impulse, autres que celles déjà incluses dans la structure du deutéron, nous ajoutons dans la relation d'unitarité la contribution à l'amplitude $\pi d \rightarrow pp$ de l'état intermédiaire NN^* , c'est-à-dire que nous ajoutons à la contribution de l'échange du nucléon qui approxime la coupure de gauche pour $\pi d \rightarrow pp$, la contribution de l'état NN^* à la discontinuité à droite; ce modèle sera développé dans le chapitre suivant. Ceci tient effectivement compte, en partie, des corrections de diffusion multiple de la figure 9. Dans la mesure où l'amplitude NN est antisymétrisée par rapport au changement $t \leftrightarrow u$, on tient ainsi compte, également, d'une partie des corrections d'absorption associées aux graphes (11.e) et (11.f).

c) coupure de gauche

Etant donné le spin isotopique $I = 0$ du deutéron, le premier état à 2π qu'il est possible d'échanger dans la voie t a $I = 0$, $\ell = 0$. Des expériences récentes ont montré l'existence d'une forte interaction $\pi\pi$ dans l'état S et dans beaucoup de cas, on peut interpréter les données expérimentales⁽²⁸⁾ à l'aide de l'hypothèse de l'existence du méson σ . Nous utiliserons cette hypothèse et paramétriserons la contribution à gauche par l'échange du σ couplé au deutéron par l'intermédiaire du couplage $\sigma N \bar{N}$. Ceci inclut évidemment le seuil anormal $t \simeq 1.73 \mu^2$ de l'approximation impulse plus des corrections de liaison lorsqu'on tient compte de la structure du deutéron. Ce terme d'échange du σ est donné en fonction de la masse m_σ et du produit des constantes de couplage $g_{\sigma\pi\pi} g_{\sigma N \bar{N}}$ reliées aux largeurs partielles du σ . On peut tenter d'identifier ces constantes aux caractéristiques attachées au σ des expériences précitées mais ce sont en fait des constantes qui paramétrisent de façon phénoménologique la contribution à gauche.

Le couplage du σ au deutéron est décrit par le vertex $\sigma d \bar{d}$:

$$\langle d' | \sigma d \rangle = \xi_\mu^*(d') \left[g^{\mu\nu} F_0(t) + \frac{q^\mu q^\nu}{2 M^2} F_2(t) \right] \xi_\nu(d) \varphi_\sigma(q) \quad (\text{III.8})$$

où $q = d - d'$, $t = q^2$, $F_0(t)$ et $F_2(t)$ sont reliées aux facteurs de forme électromagnétiques du deutéron et sont donnés dans l'approximation du nucléon spectateur (nous désignons ainsi l'approximation impulse de la théorie des champs corrigée par la structure du deutéron) en termes d'intégrales sur les fonctions de vertex n -p-d.

Un calcul simple, analogue au calcul des facteurs de forme électromagnétiques du deutéron, donne en effet l'expression (III.8) sous la forme :

$$\langle d' | \sigma d \rangle = i \frac{g_{\sigma NN}}{(2\pi)^4} \xi_\mu^*(d') \int_F d^4 p E^{\mu\nu}(p, d, d') \xi_\nu(d) \quad (\text{III.9})$$

$g_{\sigma NN}$ désigne la constante de couplage du σ aux nucléons :

$$\langle p' | p \sigma \rangle = g_{\sigma NN} \bar{\psi}(p') \psi(p) \varphi_\sigma$$

et $E_{\mu\nu}$ est donné par

$$E_{\mu\nu} = \text{Tr} \left\{ \frac{m - i(\not{d} - \not{p})}{m^2 + (d - p)^2} [i\gamma_\nu A + p_\nu B] \frac{m + i\not{p}}{m^2 + p^2} [i\gamma_\mu \bar{A} + p_\mu \bar{B}] \frac{m - i(d' - \not{p})}{m^2 + (d' - p)^2} \right\}$$

où $A, B, \bar{A}, \bar{B}$ désignent respectivement $A((d - p)^2)$, $B((d - p)^2)$, $\bar{A}((d' - p)^2)$, $\bar{B}((d' - p)^2)$. Les notations sont précisées sur la figure 20.

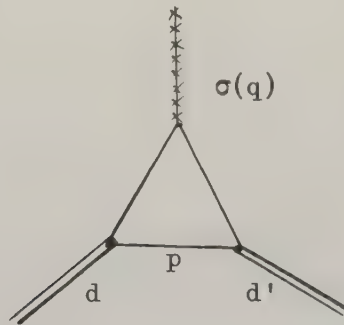


Fig. 20

Nous traitons explicitement le cas où $A, B, \bar{A}$ et $\bar{B}$ sont égaux à leurs normalisations, étant donné que A et B sont des sommes de pôles, la méthode est trivialement généralisable.

La méthode consiste à projeter l'intégrale sur les deux vecteurs indépendants du problème : d et d' .

Définissons la quantité $I(p, d, d')$:

$$I(p, d, d') = \frac{4}{(2\pi)^4} \frac{1}{[m^2 + (d-p)^2][m^2 + p^2][m^2 + (d'-p)^2]}$$

ainsi que

$$\int I(p, d, d') [1, p^2] d_4 p = I_{0,2}(q^2),$$

$$\int I(p, d, d') p_\alpha [1, p^2] d_4 p = (d+d')_\alpha I_{1,3}(q^2),$$

$$\int I(p, d, d') p_\alpha p_\beta d_4 p = \delta_{\alpha\beta} I_2^a - (d_\alpha d'_\beta + d'_\alpha d_\beta) I_2^b - (d_\alpha d_\beta + d'_\alpha d'_\beta) I_2^c,$$

$$\begin{aligned} \int I(p, d, d') p_\alpha p_\beta p_\gamma d_4 p &= [\delta_{\alpha\beta} (d+d')_\gamma + c.p.] I_3^a - [d_\alpha d'_\beta d'_\gamma + d'_\alpha d_\beta d_\gamma + c.p.] I_3^b \\ &\quad - [d_\alpha d_\beta d_\gamma + d'_\alpha d'_\beta d'_\gamma] I_3^c. \end{aligned}$$

On trouve

$$\begin{aligned} \frac{1}{g_{\text{CN}\bar{\text{N}}}} F_0(t) &= m\bar{A}\bar{A}[(M^2 + \frac{1}{2} q^2) I_0 + \delta I_2 - 4I_{2a}] \\ &\quad + 2\bar{A}\bar{B}[(3m^2 + M^2 + \frac{1}{2} q^2) I_{2a} - I_{4a} - (4M^2 + q^2) I_{3a}] \\ &\quad + m\bar{B}\bar{B}[-(m^2 + M^2 + \frac{1}{2} q^2) I_{2a} + 3I_{4a} + 2(4M^2 + q^2) I_{3a}] \\ \frac{1}{g_{\text{CN}\bar{\text{N}}}} \frac{F_2(t)}{2M^2} &= m\bar{A}\bar{A}[-I_0 - 4I_{2b}] + 2\bar{A}\bar{B}[(3m^2 + M^2 + \frac{1}{2} q^2) I_{2b} - I_{4b} \\ &\quad - (4M^2 + q^2) I_{3b} - 2I_{3a} + \delta I_3 - \frac{1}{2} I_2 + I_{2a}] \\ &\quad + m\bar{B}\bar{B}[-(m^2 + M^2 + \frac{1}{2} q^2) I_{2b} + 3I_{4b} + 2(4M^2 + q^2) I_{3b} + 4I_{3a}], \end{aligned}$$

où

$$\delta I_2 = m^2 I_0 + I_2,$$

$$\delta I_3 = m^2 I_1 + I_3.$$

Définissons les fonctions

$$f_{0,2}(t) = \frac{1}{2 \sqrt{d_0 d'_0} g_{\text{cNN}}} F_{0,2}(t).$$

A la limite non relativiste, on obtient :

$$f_0(q^2) = C_E(q^2) - \frac{2}{3} \eta C_Q(q^2)$$

$$f_2(q^2) = \frac{1}{1+\eta} [C_Q(q^2) - C_E(q^2)]$$

où $\eta = \frac{q^2}{4M^2}$, $C_E(q^2)$ et $C_Q(q^2)$ sont les fonctions de structure du deutéron définies par M. Gourdin⁽⁴⁹⁾ :

$$C_E(q^2) = \int_0^\infty (u^2 + w^2) j_0\left(\frac{1}{2} qr\right) dr$$

$$C_Q(q^2) = \frac{3}{2\sqrt{\eta}} \int_0^\infty \left(uw - \frac{w^2}{2\sqrt{2}}\right) j_2\left(\frac{1}{2} qr\right) dr$$

avec $C_E(0) = 1$, $C_Q(0) = Q$ moment quadrupolaire du deutéron en unités e/M^2 .

d) coupure de droite

Rappelons la forme prise par la relation d'unitarité pour les amplitudes partielles d'hélicité lorsque l'on retient seulement les états à 2 corps :

$$\text{Im } F_{\lambda\mu}^J = \frac{N_1 N_2}{2(2\pi)^2} \frac{|n|}{W} \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} H_{\lambda'_1 \lambda'_2, \lambda}^J H_{\lambda'_1 \lambda'_2, \mu}^{J*}$$

i) état intermédiaire NN

Dans le cadre de l'approximation "impulse" a), on ne retient pour l'amplitude $\pi d \rightarrow p p$ que l'approximation de l'échange d'un nucléon. Ce calcul a été fait

auparavant par de nombreux auteurs ⁽³⁹⁾⁽⁵⁰⁾ et nous en donnerons le détail dans le chapitre consacré à la réaction $\pi d \rightarrow p p$. Les corrections à l'impulse ont été discutées au paragraphe b).

ii) état intermédiaire $N N^*$

Dans le cadre de l'approximation impulse a), il serait légitime d'utiliser le modèle d'échange d'un nucléon ; nous ferons en fait l'hypothèse plus générale de la validité d'une telle approximation qui sera testée par comparaison avec l'expérience. Nous calculons dans l'appendice A les amplitudes d'hélicité de ce processus. Pour tenir compte de l'instabilité du N^* , nous écrivons $\text{Im } F_{\lambda\mu}^J$ sous la forme :

$$\text{Im } F_{\lambda\mu}^J = \int f(s', s_R) \text{Im } F_{\lambda\mu}^J(w, s') ds' \quad (\text{III.10})$$

où $F_{\lambda\mu}^J(w, s')$ est l'amplitude correspondant à un N^* de masse $\sqrt{s'}$ et $f(s', s_R)$ est une fonction de distribution pour laquelle on peut par exemple adopter la forme de Breit-Wigner :

$$f_{\text{BW}}(s, s_R) = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{s_R} \Gamma(s)}{(s - s_R)^2 + s_R \Gamma^2(s)} \quad (\text{III.11})$$

$s_R = M^{*2}$, $\Gamma(s)$ est la largeur de la résonance.

Une telle forme pour le propagateur du N^* , ne permet pas d'obtenir un très bon accord avec les résultats de $\pi N \rightarrow \pi N$ ou de la photoproduction. G. Höhler ⁽⁵¹⁾ a proposé une forme empirique :

Pour $W \leq \sqrt{s_R} + m$ les deux descriptions sont identiques

$$f_H(s, s_R) = f_{\text{BW}}(s, s_R) \quad W \leq \sqrt{s_R} + m$$

mais

$$f_H(s, s_R) = \frac{1}{\pi \sqrt{s_R} \Gamma(s)} q^3 A \exp\left(-\frac{\omega}{\sigma}\right) \quad \text{pour } W \geq \sqrt{s_R} + m$$

avec $A = 47.5$, $\sigma = 0.345$, q et ω exprimés en unités de masse de π , sont le moment du π et la somme de l'énergie cinétique du nucléon et de l'énergie du π dans le système au repos du N^* : $\omega = \sqrt{s} - m$.

D'autres descriptions ont été données⁽⁵²⁾, mais ne donnent pas de modifications importantes des résultats obtenus. Nous nous limiterons aux deux formes décrites ci-dessus.

4) Résultats numériques

i) aspects qualitatifs

Le pic de la section efficace totale apparaît vraiment comme étant dû à l'unitarité : le terme dû à la coupure de gauche est quasiment négligeable à l'énergie du pic. La contribution de l'état intermédiaire NN^* est dominante par rapport à celle de NN . Les parties imaginaires des ondes partielles dominantes présentent un maximum qui se produit 20 ou 30 MeV au dessus du seuil NN^* . Notons que la forme de la fonction de distribution (III.10) est seulement sensible à haute énergie : vers 300 MeV d'énergie cinétique du π incident, les parties imaginaires calculées à partir de (III.11) sont 10 % plus grandes que à partir de (III.12). Les intégrales de partie principale des amplitudes partielles ont un maximum un peu au-dessous du seuil NN^* et s'annulent pour une énergie du π de l'ordre de 180 MeV.

Plusieurs remarques s'imposent :

- Les résultats dépendent du comportement au seuil, c'est-à-dire que l'on peut, sans introduire de singularités cinématiques, écrire une relation de dispersion pour $T_\ell^J / (W^2 - (M + \mu)^2)^\ell$ et les solutions obtenues dans ce cas et le cas envisagé au § 2) diffèrent à haute énergie.

- Les résultats dépendent de la présence du pôle non physique s_0 (voir formule III.7) et de la borne supérieure d'intégration pour les intégrales de partie principale : à basse énergie (jusqu'à 150-180 MeV) la sensibilité est très faible, mais pour une énergie du π de l'ordre de 300 MeV les résultats varient en fonction de cette borne. Nous choisissons 450 MeV, car bien entendu l'approximation de $NN\pi$ par NN^* n'est plus valable au delà. Pour une énergie du π voisine de 300 MeV, nous obtenons des parties réelles trop larges qui diminuent si l'on introduit s_0 et que l'on augmente la borne d'intégration pour tenir compte de la queue de la fonction de distribution. Nous imposerons à ces contributions d'être nulles à partir de 300 MeV, ne pouvant avoir confiance dans les approximations.

- La présence du pôle non physique joue un rôle important : à 85 MeV 20-30 % sur les amplitudes. Nous choisissons pour s_0 : $s_0 = -180 \mu^2$ (valeur de Scotti et Wong⁽⁵³⁾). Nous déterminons $G = g_{\sigma NN} \bar{g}_{\sigma \pi \pi}$ pour une masse $400 < m_\sigma < 800$ de façon à obtenir un bon accord avec l'expérience à basse énergie. Pour $m_\sigma \simeq 400$ MeV, l'ordre de grandeur obtenu pour G est en accord avec les paramètres du σ rapportés à partir de l'analyse des résultats expérimentaux.

Les résultats dépendent peu de la structure du deutéron ; les différents ensembles de paramètres donnent des résultats qui diffèrent de 2-5 % (la même chose est vraie pour le calcul des facteurs de forme électromagnétiques du deutéron). Par contre l'influence de l'état D est relativement importante : négliger l'état D diminue la section efficace par 5, 10, 20 % pour un π incident de 90, 180 ou 300 MeV.

Les corrections discutées au paragraphe III.a) sont trouvées petites : dans la table IV, nous donnons comme exemple la situation à 85 MeV : la correction est surtout importante dans l'onde ${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2$ ce qui est dû au fait que l'état NN^* contribue à l'onde ${}^3P_2 \rightarrow {}^1D_2$ de $\pi d \rightarrow p p$. Les corrections améliorent les résultats vers l'arrière : A 85 MeV $(d\sigma/d\Omega)_{lab}$ passe de 6.2 à 6.5 mb, à 0° , mais à 180° , $(d\sigma/d\Omega)_{lab}$ passe de 0.07 mb à 0.1 mb.

TABLE IV

	${}^3P_0 \rightarrow {}^3P_0$	${}^3S_1 \rightarrow {}^3S_1$	${}^3D_1 \rightarrow {}^3D_1$	${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2$	${}^3F_2 \rightarrow {}^3F_2$
Contribution de N N* dans l'"impulse"	25 + 3i	113 + 8i	51 + 13i	141 + 40i	16 + 5.4i
Contribution de N N. dans l'"impulse"	-0.09 + 0.7i	0.3 + 0.31i	0	-2.1 + 27i	-0.24 + 0.37i
Correction à l'impulse	0.01 + 0.7i	0.25 + 0.31i	0	12.3 + 42i	-0.17 + 0.37i

ii) résultats numériques - comparaison avec l'expérience

Nous donnons les résultats obtenus avec le set (1) de la référence (8) pour le vertex n - p - d

$$\beta = 8.55\alpha \quad \gamma = 11.13\alpha \quad \delta = 14\alpha \quad \rho = 0.0265$$

1) pas de pôle phénoménologique

L'accord le meilleur à basse énergie est obtenu avec

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma\pi\pi} &= 70 \text{ MeV} & g_{\sigma NN}^2/4\pi &= 0.13 \\ \Gamma_{N^*} &= 125 \text{ MeV} & g_{\pi NN^*} &= \lambda_1/\mu \\ \lambda_1/\mu &= 1.96 & & \text{pour le couplage } N^{*++} p \pi^+ \end{aligned}$$

Cette valeur de λ_1/μ est tirée de la photoproduction ⁽¹⁰⁾

2) un pôle phénoménologique à $s_0 = -180 \mu^2$

L'accord est meilleur à basse énergie et est obtenu avec

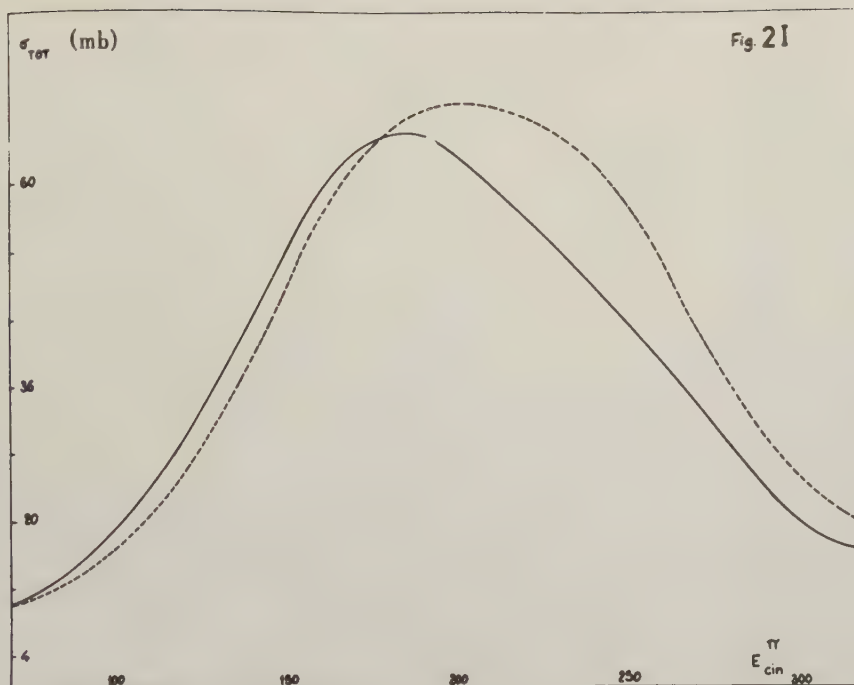
$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma\pi\pi} &= 70 \text{ MeV} & g_{\sigma NN}^2/4\pi &= 0.29 \\ \Gamma_{N^*} &= 125 \text{ MeV} & g_{\pi NN^*} &= \lambda_1/\mu. \end{aligned}$$

(Nous pouvons obtenir un meilleur accord avec $g_{\pi NN^*} = \frac{\lambda_1}{\mu} \cdot 1.04$).

Dans la table V, nous donnons les sections efficaces totales élastiques comparées avec l'expérience et dans la figure 21, les sections efficaces totales dans l'intervalle 0-350 MeV. Les distributions angulaires dans le laboratoire sont données dans les figures 22-25. L'accord avec l'expérience est très bon au voisinage du seuil NN^* . L'accord est moins bon à l'arrière à basse énergie.

TABLE V

E_{π}^{Lab}	85	142	300	330
Intervalle angulaire	$\theta_L > 17^\circ$	$\theta_L > 30^\circ$	$15^\circ < \theta_L < 170^\circ$	
σ_{exp} (mb)	16.99 ± 7.8	24.5 ± 1.5	21 ± 6 (π^+) 14 ± 4 (π^-)	13.3 ± 1.7
σ_{theor} (mb)	11.4	23.9	19	16.5



Courbe de la section efficace totale théorique : ——— approximation impulsive, ——— approximation impulsive + corrections + pôle phénoménologique.

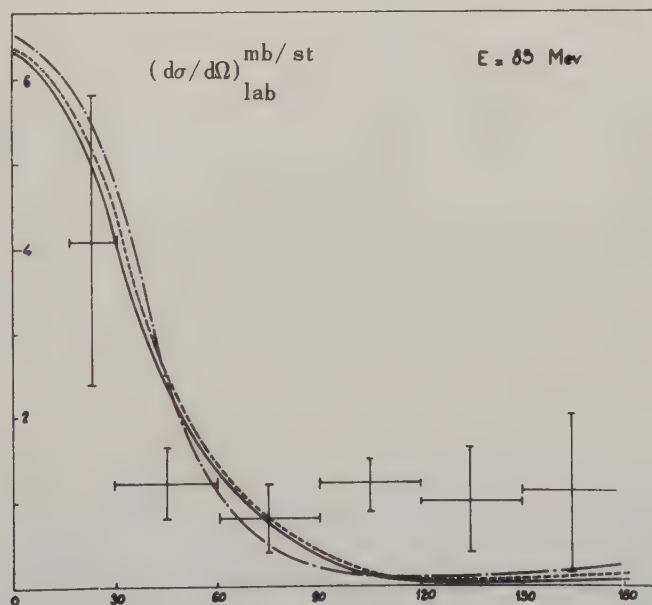


Fig. 22

Courbe de la section efficace différentielle théorique dans le système du laboratoire à 85 MeV :
 ——— approximation impulsive,
 ——— approximation impulsive + corrections,
 - · - · - approximation impulsive + corrections + pôle phénoménologique.

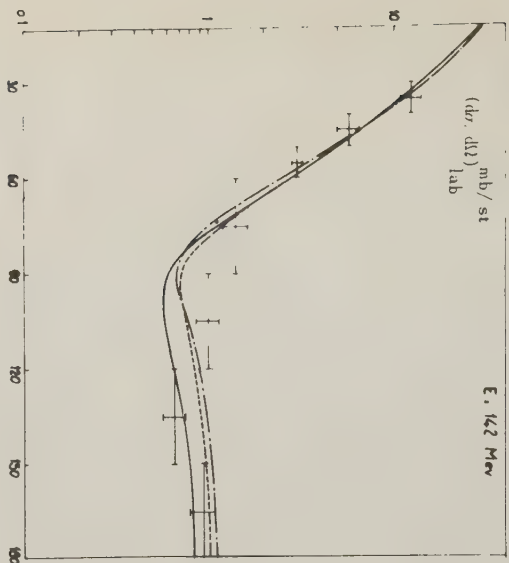


Fig 23

Courbe de la section efficace différentielle théorique dans le système du laboratoire à 142 MeV même conventions que pour la figure 22.

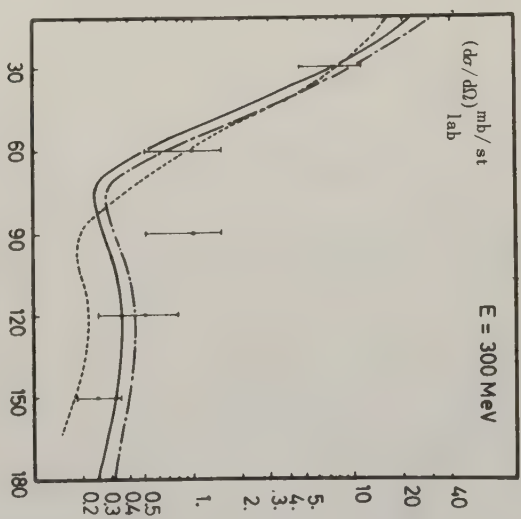


FIG : 24

Courbe de la section efficace différentielle théorique dans le système du laboratoire à 300 MeV :
 ————— résultats de notre calcul,
 - - - - - influence de la variation de la masse du N^* : $M^* = 1228$ MeV
 calcul de Devanathan.

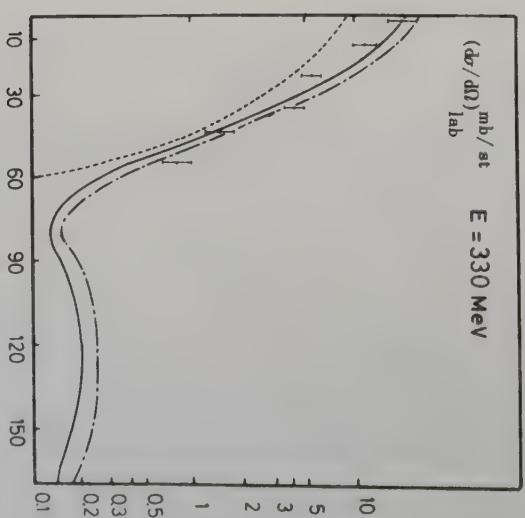


FIG 25

Courbe de la section efficace différentielle théorique dans le système du laboratoire à 330 MeV :
 ————— mêmes conventions que pour la figure 24, excepté :
 calcul de Bransden et Moorhouse.

CHAPITRE IV

DIFFUSION $\pi d \rightarrow p p$ Considérations cinématiquesi) Définitions

On désigne par k et d les moments du π et du deutéron respectivement, par p_1 et p_2 les moments du nucléon. Introduisons les trois invariants :

$$s = -(k + d)^2 = -(p_1 + p_2)^2$$

$$t = -(k - p_2)^2 = -(d - p_1)^2$$

$$u = -(k - p_1)^2 = -(d - p_2)^2$$

avec $s + t + u = M^2 + \mu^2 + 2m^2$.

Dans le système du centre de masse de la voie s , nous choisissons les conventions suivantes :

$$k = (\vec{k}, k_0) \quad d = (-\vec{k}, d_0)$$

$$p_1 = (\vec{p}, E) \quad p_2 = (-\vec{p}, E).$$

Désignons par W l'énergie totale et θ l'angle de diffusion $\theta = (\vec{k}, \vec{p})$. On obtient alors

$$s = 4 E^2 = (d_0 + k_0)^2 = W^2$$

$$t = M^2 + m^2 - 2 E d_0 + 2 k p \cos \theta$$

$$u = M^2 + m^2 - 2 E d_0 - 2 k p \cos \theta$$

avec $k = |\vec{k}| = \left\{ \frac{1}{4s} (s - (M+\mu)^2)(s - (M-\mu)^2) \right\}^{\frac{1}{2}}$, $k_0 = \frac{s + \mu^2 - M^2}{2\sqrt{s}}$, $d_0 = \frac{s + M^2 - \mu^2}{2\sqrt{s}}$

$$p = |\vec{p}| = \frac{1}{2} (s - 4m^2)^{\frac{1}{2}}, \quad E = \frac{\sqrt{s}}{2}.$$

Nous définissons les trois quadrivecteurs indépendants du problème comme :

$$d, \quad P = p_1 + p_2, \quad Q = p_1 - p_2.$$

La polarisation du deuteron est décrite de la même façon qu'au chapitre précédent par un quadrivecteur $\xi(d)$.

ii) L'amplitude de diffusion et la condition d'unitarité

L'élément de matrice S est relié à l'amplitude invariante T_{fi} par

$$S_{fi} = i(2\pi)^{-2} \delta^{(4)}(k + d - p_1 - p_2) \frac{m}{2\sqrt{k_0 d_0 p_1^0 p_2^0}} T_{fi} \quad (\text{IV.1})$$

Dans le système du centre de masse, la section efficace différentielle s'écrit simplement :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{m}{4\pi W}\right)^2 \frac{p}{k} \frac{1}{3} \sum_{\text{spins}} |T_{fi}|^2 \quad \text{pour } \pi^+ d \rightarrow p p \quad (\text{IV.2})$$

et

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp \rightarrow \pi d} = \frac{3}{4} \frac{k^2}{p} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\pi d \rightarrow pp}.$$

Etant donné l'identité des deux nucléons, on obtient la section efficace totale en intégrant sur l'angle de diffusion dans le système du centre de masse : θ , simplement entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

La condition d'unitarité, dans le cas où l'on ne retient que les états intermédiaires à 2 corps prend la même forme que (III.2).

iii) Formalisme d'hélicité

La réaction peut en général, être décrite par 12 amplitudes invariantes dont 6 seulement sont indépendantes si l'on tient compte de l'invariance par parité :

$$T_{fi} = \bar{u}(p_1) \gamma_5 \sum_{i=1}^6 I_i A_i(s, t, u) u^c(p_2) \quad (\text{IV.3})$$

où $u^c(p_2) = C^{-1} \bar{u}^T(p_2)$ est le spineur conjugué de charge et les I_i sont des covariants de Lorentz choisis de la façon la plus simple :

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} (\xi \cdot P) \\ I_2 &= \frac{1}{2} (\xi \cdot Q) \\ I_3 &= \frac{1}{2} i(\gamma \cdot d)(\xi \cdot P) \\ I_4 &= \frac{1}{2} i(\gamma \cdot d)(\xi \cdot Q) \\ I_5 &= i(\gamma \cdot \xi) \\ I_6 &= i(\gamma \cdot \xi)(\gamma \cdot d). \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

Ce choix permet de définir des A_i sans singularités cinématiques. Nous reviendrons sur ce point dans la suite.

Réécrivons (IV.3) sous la forme

$$T_{fi} = \bar{u}(p_1) M u^c(p_2).$$

Le principe de Pauli implique que M satisfait la relation suivante :

$$C M^T(p_2, p_1) C^{-1} = M(p_1, p_2).$$

Ceci implique pour les invariants A_i les propriétés de symétrie suivantes :

$$A_i(s, t, u) = (-1)^{i+1} A_i(s, u, t) . \quad (\text{IV.5})$$

De façon équivalente, on peut décrire le processus à l'aide de six amplitudes d'hélicité indépendantes

$$F_{\lambda \mu_1 \mu_2} = \langle \mu_1 \mu_2 | T | \lambda \rangle \quad (\text{IV.6})$$

qu'il est facile d'exprimer en fonction des invariants A_i ; on obtient ces relations sous la forme

$$\begin{aligned} F_{\pm 1 \frac{1}{2} \frac{1}{2}} &= \mp \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \left(A_2 \frac{PE}{m} + A_4 p d_0 + A_6 (p d_0 \mp Ek)/m \right) \\ F_{0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}} &= - \frac{kE^2}{mM} A_1 - \frac{PEd_0}{mM} \cos \theta A_2 - \frac{kEd_0}{M} A_3 - \frac{pd_0^2 \cos \theta}{M} A_4 + A_5 \frac{k}{M} \\ &\quad - \frac{PM \cos \theta}{m} A_6 \\ F_{\pm 1 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} &= \frac{1 \mp \cos \theta}{\sqrt{2}} \left(\mp k \frac{p^2}{m} (1 \pm \cos \theta) A_4 + A_5 \frac{p}{m} \pm k A_6 \right) \\ F_{0 \frac{1}{2} - \frac{1}{2}} &= \frac{p}{m} \sin \theta \left(- \frac{k^2 E}{M} A_3 - \frac{kpd_0}{M} \cos \theta A_4 + A_5 \frac{d_0}{M} \right) . \end{aligned} \quad (\text{IV.7})$$

Les autres amplitudes s'obtiennent à partir de :

$$F_{-\lambda -\mu_1 -\mu_2}(\theta, \varphi) = -F_{\lambda \mu_1 \mu_2}(\theta, \pi - \varphi) .$$

Si l'on ne s'intéresse qu'aux sections efficaces non polarisées, on peut poser $\varphi = 0$.

La section efficace dans le système du centre de masse s'exprime en fonction des amplitudes d'hélicité par la formule :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{m}{4\pi W}\right)^2 \frac{p}{k} \frac{1}{3} \sum_{\lambda\mu_1\mu_2} |F_{\lambda\mu_1\mu_2}|^2. \quad (\text{IV.8})$$

Nous donnons dans l'appendice B, les formules permettant de calculer l'asymétrie du pion dans la réaction $p p \rightarrow \pi^+ d$ sur des protons polarisés, et la polarisation du proton dans la réaction $\pi^+ d \rightarrow p p$.

Les amplitudes partielles d'hélicité définies par*

$$F_{\lambda\mu_1\mu_2}^J = \frac{1}{2\pi} \sum_J \left(J + \frac{1}{2}\right) F_{\lambda\mu_1\mu_2}^J(W) d_{-\lambda,\mu}^J(\theta) \quad (\text{IV.9})$$

où $\mu = \mu_1 - \mu_2$

obéissent à la relation d'unitarité sous la forme :

$$\text{Im } F_{\lambda\mu_1\mu_2}^J = \frac{N_1 N_2}{8\pi^2} \frac{|n|}{W} \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} H_{\lambda'_1 \lambda'_2 \lambda}^J G_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2}^{J*}. \quad (\text{IV.10})$$

Les notations sont les mêmes qu'au chapitre III, $H_{\lambda'_1 \lambda'_2 \lambda}^J$ et $G_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2}^J$

désignent les amplitudes partielles d'hélicité correspondant aux processus :

$$n_1(\lambda'_1) + n_2(\lambda'_2) \rightarrow \pi + d(\lambda)$$

$$n_1(\lambda'_1) + n_2(\lambda'_2) \rightarrow p_1(\mu_1) + p_2(\mu_2).$$

On peut exprimer les amplitudes partielles d'hélicité en fonction des amplitudes partielles correspondant à des transitions de moment orbital déterminé. La méthode, identique à celle du chapitre III, consiste à définir à partir des états d'hélicité de moment angulaire donné J des états de parité déterminée $\bar{w}$;

* Le signe - vient des conventions choisies pour les impulsions des particules

pour l'état initial et l'état final, nous définissons ces états comme

$$|J M 0 \lambda \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |J M 0 \lambda \rangle + \bar{\omega} P |J M 0 \lambda \rangle \}$$

$$|J M \mu_1 \mu_2 \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |J M \mu_1 \mu_2 \rangle + \bar{\omega} P |J M \mu_1 \mu_2 \rangle \}$$

où P désigne l'opération parité.

Suivant la méthode de Jacob et Wick⁽⁴²⁾, on peut montrer que les états ainsi définis s'expriment en fonction des états de moment orbital ℓ' et de spin orbital s' par :

$$|J M \mu_1 \mu_2 \bar{\omega} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\ell' s'} (1 + \bar{\omega}(-1)^{\ell'}) \left(\frac{2\ell'+1}{2J+1} \right)^{\frac{1}{2}} \langle s' \mu | \frac{1}{2} \mu_1; \frac{1}{2} -\mu_2 \rangle \langle J \mu | \ell' 0 s' \mu \rangle |J M \ell' s' \rangle.$$

La formule ci-dessus et la formule analogue pour l'état initial (III.4) permettent de trouver la relation cherchée :

$$\begin{aligned} F_{\lambda \mu_1 \mu_2}^J &= \frac{1}{2} \sum_{\ell \ell' s'} \frac{1}{2} \sum_{\bar{\omega}} (1 + \bar{\omega}(-1)^{\ell}) (1 + \bar{\omega}(-1)^{\ell'}) \frac{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell'+1)}}{2J+1} \times \\ &\quad \times \langle s' \mu | \frac{1}{2} \mu_1; \frac{1}{2} -\mu_2 \rangle \langle J -\lambda | \ell 0 1 -\lambda \rangle \langle J \mu | \ell' 0 s' \mu \rangle \\ &\quad \times \langle J M \ell' s' | T | J M \ell s \rangle. \end{aligned} \quad (IV.11)$$

On utilise les propriétés d'orthogonalité des coefficients de Clebsch-Gordan pour exprimer les amplitudes partielles définies par

$$T_{\ell \ell' s'}^J = \langle J M \ell' s' | T | J M \ell s \rangle \quad (IV.12)$$

en fonction des amplitudes partielles d'hélicité :

$$T_{\ell\ell's'}^J = \frac{\sqrt{(2\ell'+1)(2\ell+1)}}{2J+1} \sum_{\lambda \mu_1 \mu_2} \langle J -\lambda | \ell 0 1 -\lambda \rangle \langle J\mu | \ell' 0 s' \mu \rangle \langle s' \mu | \frac{1}{2} \mu_1; \frac{1}{2} -\mu_2 \rangle F_{\lambda \mu_1 \mu_2}^J.$$

(IV.13)

Le principe de Pauli pour l'état final $p p$ implique qu'il y a en général 4 amplitudes partielles indépendantes pour J pair

$$\ell' = J \pm 1 \quad \longleftrightarrow \quad \ell = J \quad s' = 1$$

$$\ell' = J \quad \longleftrightarrow \quad \ell = J \pm 1 \quad s' = 0$$

et seulement deux amplitudes partielles pour J impair :

$$\ell' = J \quad \longleftrightarrow \quad \ell = J \pm 1 \quad s' = 1.$$

On notera que les ondes partielles correspondant à des états singlet ou triplet de deux nucléons ne peuvent pas interférer.

iv) Analyse de la section efficace différentielle en termes d'ondes partielles dominantes

Indiquons quelles sont ces ondes partielles dominantes : à basse énergie, il est légitime de ne considérer que les ondes correspondant à un moment orbital relatif πN $\ell = 0$ ou 1 , c'est-à-dire suivant la notation adoptée (IV.12), les ondes suivantes : T_{011}^1 , T_{100}^0 , T_{120}^2 . Dans ces conditions, on voit facilement que la section efficace a la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B \cos^2 \theta. \quad (\text{IV.14})$$

Le traitement dynamique de la section suivante suppose la dominance de T_{120}^2

(dominance d'un état intermédiaire NN^* , au voisinage du seuil de production, c'est-à-dire dans un état de moment orbital $\ell = 0$) ; ceci implique $B/A = 3$.

Pour des énergies suffisamment élevées, par exemple pour un π incident d'énergie cinétique supérieure à 100 MeV, il est clair qu'il faut envisager la contribution d'autres ondes partielles ; nous ne retiendrons que les ondes pouvant interférer avec T_{120}^2 dont notre modèle suppose la dominance : c'est-à-dire que nous considérons les ondes suivantes :

$$a = T_{011}^1$$

$$b = T_{100}^0$$

$$c = T_{120}^2$$

$$d = T_{320}^2$$

$$e = T_{340}^4 .$$

On montre facilement que la section efficace différentielle s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \{c_0 + c_1 \cos^2 \theta + c_2 \cos^4 \theta + c_3 \cos^6 \theta\}$$

où

$$c_0 = \frac{2}{15} [|a|^2 + |b + \sqrt{\frac{5}{2}} (c - \sqrt{\frac{3}{2}}d) - \frac{9}{4} e|^2]$$

$$c_1 = |c|^2 - 2 \sqrt{\frac{2}{5}} \operatorname{Re} (c^*b) - 3 \sqrt{\frac{2}{5}} \operatorname{Re} (c^*e) + 12 \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{Re} (c^*d) - |d|^2 + \frac{27}{8} |e|^2 \\ + 2 \sqrt{\frac{3}{5}} \operatorname{Re} (b^*d) - \frac{69}{2} \sqrt{\frac{3}{5}} \operatorname{Re} (d^*e) + 6 \operatorname{Re} (b^*e)$$

$$c_2 = 5 \sqrt{\frac{5}{2}} \operatorname{Re} (c^*e) - 10 \sqrt{\frac{3}{2}} \operatorname{Re} (c^*d) - 7 \operatorname{Re} (b^*e) + \frac{5}{2} |d|^2 - \frac{99}{8} |e|^2 \\ + \frac{45}{2} \sqrt{15} \operatorname{Re} (d^*e)$$

$$c_3 = -\frac{35}{2} \sqrt{15} \operatorname{Re} (d^* e) + \frac{105}{8} |e|^2 \quad (\text{IV.15})$$

et K est un coefficient cinématique tel que

$$K = \frac{5}{8} \left(\frac{m}{4 \pi W} \right)^2 \frac{p}{k} \frac{1}{(2\pi)^2} \quad (\text{pour } \pi d \rightarrow p p).$$

Le rapport $R = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{90^\circ} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{0^\circ}$ est alors donné par

$$R = \frac{|a|^2 + |b + \sqrt{\frac{5}{2}} (c - \sqrt{\frac{3}{2}} d) - \frac{9}{4} e|^2}{|a|^2 + |b - \sqrt{10} (c - \sqrt{\frac{3}{2}} d) - 6 e|^2}. \quad (\text{IV.16})$$

En anticipant, on peut utiliser les ordres de grandeur des ondes partielles donnés par le modèle, par exemple à l'énergie du pic

$$b \approx e \approx \frac{1}{10} c, \quad a \text{ et } d \text{ négligeables.}$$

On trouve alors que les coefficients de $\cos^2 \theta$ et $\cos^4 \theta$ sont approximativement du même ordre. On en déduit qu'il est évidemment impropre de fitter les sections efficaces différentielles par une forme à deux paramètres (IV.14) comme le faisaient jusqu'à maintenant les expérimentateurs. La formule (IV.16) nous permettra de discuter qualitativement les résultats du modèle comparés à l'expérience.

Singularités de l'amplitude

a) Singularités de l'amplitude totale

Nous suivrons l'analyse des singularités de l'amplitude donnée par Masavada⁽³⁹⁾. Cette analyse consiste, comme précédemment, à étudier les graphes de la théorie des perturbations aux ordres les plus bas. (Les singularités ainsi obtenues sont aussi les singularités de graphes plus généraux

où les vertex ponctuels ont été remplacés par des boules dont la méthode dynamique donne une description).

Nous considérons les graphes de la figure 26 où sont rassemblés les graphes ayant les singularités les plus basses, c'est-à-dire, par hypothèse, les plus importantes. Les singularités de l'amplitude apparaissent donc comme étant les suivantes :

a) un pôle à $t = m^2$ et $u = m^2$.

Le caractère antisymétrique de l'amplitude dans l'échange $t \leftrightarrow u$ implique l'existence des mêmes singularités dans les deux variables. Nous ne mentionnerons que les singularités en t .

b) les graphes réduits (c) et (d) obtenus par contraction à partir des diagrammes carrés (b_1) et (b_2) possèdent, respectivement, les seuils anormaux s_a et t_a :

$$s_a = M^2 + \mu^2 - \frac{M^2 \mu^2}{2m^2} + \frac{M\mu \{4m^2 - M^2\}(4m^2 - \mu^2)^{\frac{1}{2}}}{2m^2} \simeq 180.8 \mu^2$$

$$t_a = m^2 + 2\mu(\mu + 2\alpha) \simeq 49 \mu^2 \quad (\text{seuil anormal du vertex } n\text{-}p\text{-}d).$$

c) les graphes obtenus par deux contractions : (e) et (f) possèdent les seuils normaux :

$$s = 4m^2, \quad t = (M + \mu)^2, \quad \text{les seuils physiques étant } s = (M + \mu)^2, \quad t = (M + \mu)^2$$

Les autres graphes possèdent des singularités plus lointaines.

Pour ce qui est des graphes dominants représentés sur la figure 26, nous pouvons noter que la représentation de Mandelstam est valable (pas de singularités complexes). On pourra supposer que cela est vrai pour toute l'amplitude.

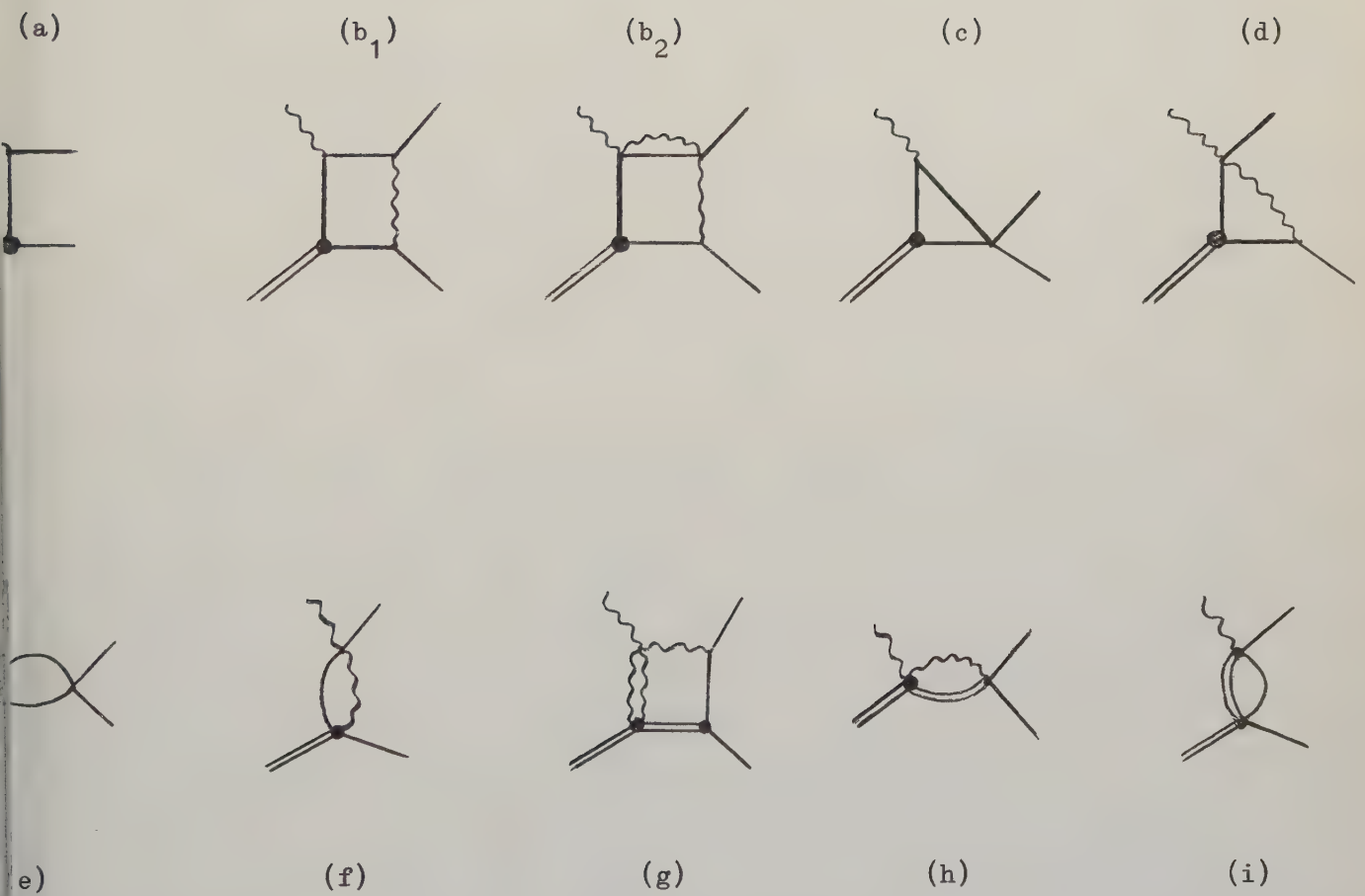


Fig. 26

ii) Singularités des amplitudes partielles

a) sans spin

Nous utiliserons la méthode de J. Kennedy et T.D. Spearman⁽⁴⁶⁾ pour déterminer les singularités des ondes partielles qui découlent des singularités dynamiques de l'amplitude totale. Nous envisagerons au paragraphe b) les singularités cinématiques. Les singularités indépendantes de t sont les mêmes que pour l'amplitude totale :

- seuil anormal à $s = s_2 \approx 180.84 \mu^2$
- seuil normal à $s = 4m^2 \approx 180.96 \mu^2$
- seuil physique à $s = (M + \mu)^2 \approx 208.4 \mu^2$.

Les pôles à $t, u = m^2$ produisent une coupure de s_1 à s_2

$$\begin{aligned} s_1 &= 180.84 \mu^2 \text{ coïncide avec } s_a \\ s_2 &= 178.16 \mu^2. \end{aligned}$$

Les seuils anormaux $t = t_a$, $u = u_a$ produisent une coupure commençant à $s = s_5 \approx 177 \mu^2$ et qui s'étend dans le plan complexe :

Pour $t_a < t < (m + \mu)^2$ les singularités correspondantes des amplitudes partielles se trouvent sur l'axe réel $s \leq s_5$, pour $t > (m + \mu)^2$, ces singularités deviennent complexes et se situent sur la courbe :

$$\left(-\left(x - \frac{1}{2} \Sigma\right) \pm \left[\left(x - \frac{1}{2} \Sigma\right)^2 - \lambda\right]^{\frac{1}{2}}\right)(x^2 + y^2) = \nu$$

où x et y désignent respectivement $\text{Re } s$ et $\text{Im } s$,

$$\Sigma = M^2 + \mu^2 + 2m^2$$

$$\lambda = (\mu^2 - m^2)(M^2 - m^2)$$

$$\nu = m^2(\mu^2 - M^2).$$

Cette courbe est dessinée sur la figure 27.

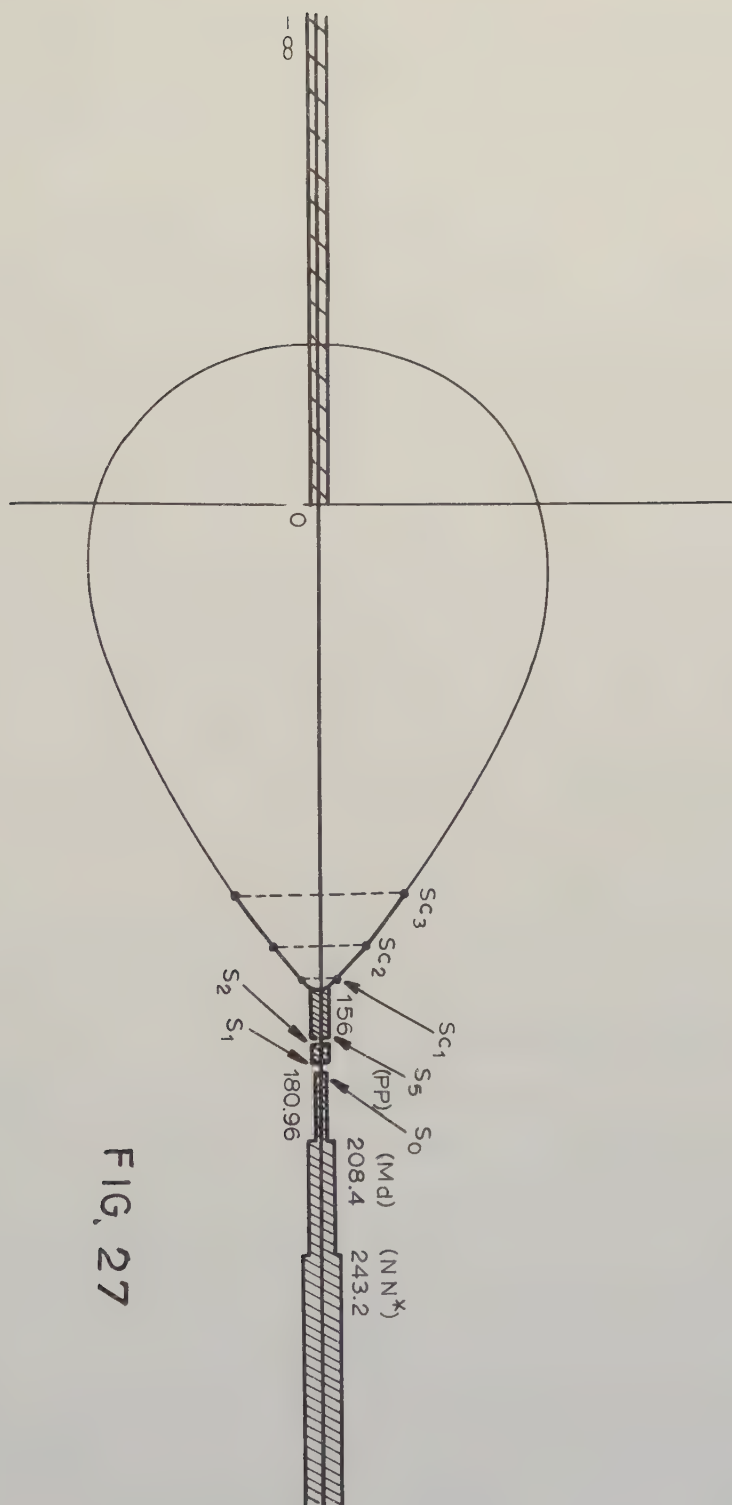


FIG. 27

Notons que les fonctions de vertex utilisées pour le vertex n-p-d constituent une paramétrisation de la coupure de gauche : dans l'amplitude totale, la coupure anormale est remplacée par une somme de pôles dont les positions sont données par

$$t_i(u_i) = m^2 + 2(\beta_i^2 - \alpha^2).$$

Pour les paramètres β_i , nous adoptons, à titre d'exemple, les valeurs du set (1) de la référence (8) :

$$\beta_1 = 8.55 \alpha, \quad \beta_2 = 11.13 \alpha, \quad \beta_3 = 14 \alpha.$$

Ces pôles donnent lieu à des points de branchement complexes :

$$s_{c1} \simeq 155 + 3i \quad s_{c2} \simeq 142 + 14i \quad s_{c3} \simeq 127 + 26i$$

(en unités de μ^2)

et une coupure de $s = 0$ à $s = -\infty$.

b) singularités cinématiques

De même qu'au chapitre précédent, l'argument de Jackson et Hite⁽⁴⁸⁾ indique que les singularités au seuil et pseudoseuil des ondes partielles sont données par la barrière centrifuge comme en mécanique quantique non relativiste. $T_{\ell\ell',s}^J / [(k)^\ell (p)^{\ell'}]$ n'a que des singularités cinématiques éventuelles à $s = 0$ qui sont évidemment suffisamment distantes pour être négligées. On peut d'ailleurs noter que la méthode générale de (C.T.M.N.)⁽⁴⁷⁾ permet de construire des amplitudes partielles d'hélicité de parité définie sans singularités cinématiques et met en évidence le fait qu'il n'est pas possible d'enlever le point de branchement à $s = 0$ de toutes les ondes partielles. La même méthode permet de montrer que les $A_i(s, t, u)$ définies dans la formule (IV.3) sont effectivement sans singularités cinématiques. Nous ne donnons pas le détail de

l'application de la méthode de (C.T.M.N.), car nous n'utiliserons que les propriétés d'analyticité des ondes partielles, pour lesquelles sont définis les déphasages expérimentaux.

iii) Ecriture des relations de dispersion

Dans ces conditions, négligeant, pour le moment, l'existence de seuils anormaux, nous supposons valable la relation de dispersion suivante :

$$h_{\ell}(s) = \frac{(k)^{\ell_i} (p)^{\ell_f}}{2i\pi} \int_L \frac{\text{disc } h_{\ell}(s')}{s' - s - i\epsilon} \frac{ds'}{(k')^{\ell_i} (p')^{\ell_f}} +$$

$$+ \frac{(k)^{\ell_i} (p)^{\ell_f}}{\pi} \int_p^{\infty} \frac{\text{Im } h_{\ell}(s')}{s' - s - i\epsilon} \frac{ds'}{(k')^{\ell_i} (p')^{\ell_f}} \quad (\text{IV.17a})$$

où $h_{\ell}(s)$ désigne symboliquement $T_{\ell\ell's'}^J$, $\ell_i = \ell$ et $\ell_f = \ell'$; L désigne la coupure de gauche.

Traitement dynamique

3.1.) Première approximation : négliger l'état intermédiaire N N

Nous pouvons résumer la conclusion de l'étude des singularités de l'amplitude de diffusion de la façon suivante : nous retenons les singularités correspondant aux graphes généralisés de la figure 28.

Le traitement phénoménologique que nous proposons est le suivant :

Nous paramétrisons l'ensemble des singularités en t et u par le pôle du nucléon et la structure du deutéron, ce qui correspond au graphe de Feynman

généralisé (1) et que nous désignerons par "approximation de Born".

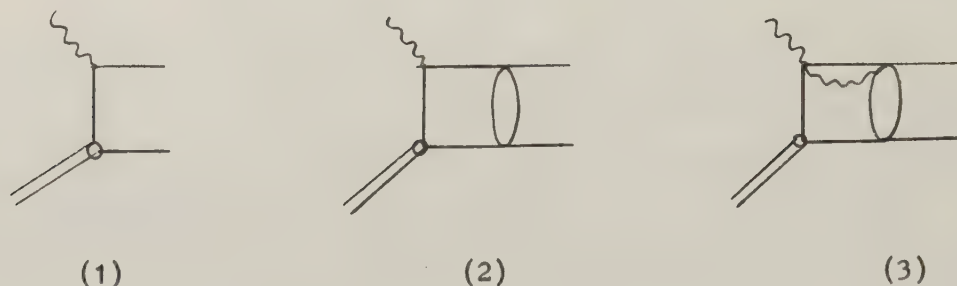


Fig. 28

Dans un premier temps, nous négligeons l'état intermédiaire NN et traitons la contribution de l'état $NN\pi$ par l'approximation exposée au chapitre précédent, et testée par l'accord des résultats, obtenus pour πd élastique, avec l'expérience : nous approximations l'état $NN\pi$ par un état NN^* et tenons compte de l'instabilité du N^* , en écrivant la relation d'unitarité pour un continuum d'états intermédiaires $NN^*(m^*)$ dont la contribution est moyennée par une fonction de poids du type Breit-Wigner. Notons que dans ces conditions la rediffusion NN ne peut qu'être traitée comme une correction, puisque le modèle proposé pour l'état intermédiaire $NN\pi$ ne peut permettre de comprendre qu'un domaine d'énergies moyennes, autour du seuil NN^* , énergies auxquelles les déphasages NN sont petits.

Nous utilisons la relation de dispersion (IV.17a) pour les ondes partielles : remarquons que le problème du seuil anormal ne se pose pas dans le cadre de cette première approximation et que la relation de dispersion s'écrit simplement :

$$h_\ell(s) = h_\ell^B(s) + h_\ell^I(s) \quad (\text{IV.17})$$

où $h_\ell^B(s)$ désigne la partie de l'amplitude n'ayant que la coupure de gauche, donnée par "l'approximation de Born", et $h_\ell^I(s)$ désigne la contribution n'ayant

que la coupure de droite dont la discontinuité est calculée par la relation d'unitarité (IV.10) en gardant comme seul état intermédiaire l'état $N N^*$.

i) pôle du nucléon

Le couplage pseudoscalaire habituel s'écrit pour le vertex $\pi N N$:

$$\langle p' | f_{\pi}(0) | p \rangle = G \bar{u}(p') \gamma_5 u(p)$$

pour $\pi^+ n p$ $G = g \sqrt{2}$ avec $\frac{g^2}{4\pi} = 14$.

Rappelons la forme du vertex $n-p-d$ (voir chapitre I)

$$\Gamma(p, p') = [i \gamma^0 A + p'^0 B] \xi_0(d)$$

où $A = A(m^2)$, $B = B(m^2)$ au pôle.

La projection du pôle du nucléon sur les invariants A_i est immédiatement écrite sous la forme :

$$A_i^{\text{pole}}(s, t, u) = g \sqrt{2} \left\{ \frac{R_i^{(1)}}{m^2 - t} + \frac{R_i^{(2)}}{m^2 - u} \right\}$$

avec

$$\begin{aligned} R_1^{(1)} &= R_1^{(2)} = 2[-A + mB] \\ R_2^{(1)} &= -R_2^{(2)} = R_1^{(1)} \\ R_3^{(1)} &= R_3^{(2)} = -B \\ R_4^{(1)} &= -R_4^{(2)} = -B \\ R_5^{(1)} &= R_5^{(2)} = 0 \\ R_6^{(1)} &= -R_6^{(2)} = A. \end{aligned} \tag{IV.18}$$

Les formules (IV.7), (IV.9) et (IV.13) permettent de calculer facilement les contributions du pôle du nucléon aux ondes partielles.

ii) Structure du deutéron

Pour tenir compte de la structure, il suffit évidemment de faire la substitution

$$A(m^2) \rightarrow A(t), \quad B(m^2) \rightarrow B(t)$$

dans les formules (IV.18), où $A(t)$ et $B(t)$ sont donnés au chapitre I, en fonction de $F_S(t)$ et $F_D(t)$ tels que

$$\frac{F_S(t)}{F_S(m^2)} = \frac{F_D(t)}{F_D(m^2)} = \sum_{\beta} c_{\beta} \frac{t_{\beta} - m^2}{t_{\beta} - t}.$$

iii) Traitement de l'état intermédiaire $NN\pi$

L'approximation qui consiste à remplacer $NN\pi$ par NN^* et à calculer la partie imaginaire des ondes partielles par la relation d'unitarité :

$$\text{Im } F_{\lambda \mu_1 \mu_2}^J = \frac{mM^*}{8\pi^2} \frac{|\vec{r}|}{W} \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} H_{\lambda'_1 \lambda'_2}^J \lambda G_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2}^{J*}, \quad (\text{IV.19})$$

où $\lambda'_1 \lambda'_2$ sont les hélicités du nucléon et du N^* intermédiaires et $\vec{r}$ est le moment dans le système du centre de masse de l'état NN^* ,

a été en principe testée au chapitre précédent. Nous appliquerons ici la même méthode pour tenir compte de l'instabilité du N^* et écrirons :

$$\text{Im } F_{\lambda \mu_1 \mu_2}^J(s_R) = \int f(s, s_R) \text{Im } F_{\lambda \mu_1 \mu_2}^J(s) ds \quad (\text{IV.20})$$

désignant par s_R la masse physique du N^* : $\sqrt{s_R} = M^*$.

Les amplitudes d'hélicité du processus $NN^* \rightarrow pp$ sont calculées dans le modèle périphérique d'échange d'un π , corrigé par le facteur de forme pionique de Ferrari-Selleri⁽⁵⁴⁾ pour tenir compte des effets hors couche. Ce modèle donne de bons résultats, appliqué à la réaction $pp \rightarrow NN\pi$ y compris dans la région où la masse invariante de l'état πN est voisine de M^* ². Ces amplitudes sont calculées dans l'appendice (A).

3.2. Traitement de l'état intermédiaire NN

i) discussion

Pour des raisons pédagogiques, nous allons d'abord discuter le cas de l'état intermédiaire NN , au dessous du seuil NN^* . Pour simplifier, nous traiterons le cas non couplé, d'une onde partielle satisfaisant la relation de dispersion (IV.17a).

En fait, nous négligeons le couplage qui concerne uniquement les transitions aux états NN 3P_2 et 3F_2 (et J plus élevé), c'est-à-dire des ondes qui n'interfèrent pas avec l'onde dominante T_{120}^2 .

Désignons par $f(s)$ la quantité :

$$f(s) = \frac{h_\ell(s)}{\ell_i^{(k)} \ell_f^{(p)}} .$$

La relation de dispersion satisfaite par $f(s)$, s'écrit :

$$f(s) = L(s) + \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{f(s') e^{-i\delta(s')} \sin \delta(s')}{s' - s - i\epsilon} ds' \quad (\text{IV.21})$$

où $L(s) = \frac{1}{2i\pi} \int_L \frac{\text{disc } f(s')}{s' - s - i\epsilon} ds'$ et δ est le déphasage de la diffusion NN dans l'onde partielle correspondante ; $L(s)$ est supposé connu, donné dans notre

modèle par l'"approximation de Born".

La présence du seuil anormal s_a (qui coïncide avec s_1) interdit en fait d'écrire la relation (IV.21) puisque les coupures de droite et de gauche sont jointes pour l'onde partielle $f(s)$. Nous adopterons la méthode habituelle indiquée par Mandelstam⁽²⁶⁾, qui consiste à écrire la relation (IV.21) dans le cas d'un deutéron non physique de masse $M' < \sqrt{4m^2 - \mu^2}$ pour laquelle il n'y a pas de seuil anormal et à faire ensuite un prolongement analytique, dans la masse, de la solution obtenue.

La solution de l'équation (IV.21) a été donnée par R. Omnès⁽⁴¹⁾ sous la forme*

$$f(s) = L(s) + \frac{e^{u(s)}}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{e^{-\rho(s')} \sin \delta(s') L(s')}{s' - s - i\epsilon} ds' \quad (\text{IV.22})$$

où

$$u(s) = \frac{s - s_0}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} ds' \frac{\delta(s')}{(s' - s - i\epsilon)(s' - s_0)}$$

$$\rho(s) = \frac{s - s_0}{\pi} P \int_{4m^2}^{\infty} ds' \frac{\delta(s')}{(s' - s - i\epsilon)(s' - s_0)}$$

La phase de u est δ : $u = \rho + i\delta$. **

* On peut ajouter à cette solution, une solution de l'équation homogène, mais nous l'éliminons comme n'ayant pas les bonnes propriétés d'analyticité ni le comportement asymptotique correct.

** Remarquons que si nous désignons l'amplitude NN par $g(s) = R^{-1}(s) e^{i\delta} \sin$ où $R(s)$ désigne le facteur de normalisation correspondant aux conventions choisies pour la relation d'unitarité, on peut mettre $g(s)$ sous la forme N/D avec $D = e^{-u(s)}$, on normalise D à 1 en un point arbitraire s_0 que nous choisissons au seuil : $s_0 = 4m^2$.

La relation (IV.22) est valable uniquement dans le cas d'un deuteron de masse $M' < \sqrt{4m^2 - \mu^2}$. Le prolongement analytique dans le plan de M'^2 se fait en donnant à M' une petite partie imaginaire (positive ou négative indifféremment) : quand M' augmente vers sa valeur physique, les points de branchement de $L(s)$ se déplacent, comme indiqué sur la figure 29* : pour $M'^2 = 4m^2 - \mu^2 + i\epsilon$ le point $s = \bar{s}_1$ atteint le seuil normal $s = 4m^2$, qu'il entoure quand M' augmente, et aboutit au point $s = s_1$.

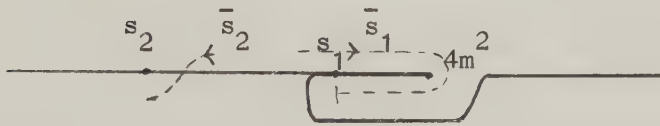


Fig. 29

On doit donc ajouter à (IV.22) un terme de la forme :

$$\frac{e^{u(s)}}{\pi} \int_{s_1}^{4m^2} \frac{e^{-\rho(s')} \sin \delta(s') \text{disc}^a(L(s'))}{s' - s - i\epsilon} ds' \quad (\text{IV.23})$$

où $\text{disc}^a L(s)$ désigne la discontinuité du "terme de Born" sur la coupure anormale en s .

On peut supposer que si l'on se place suffisamment loin du seuil physique, ce terme est négligeable étant donné que le déphasage décroît rapidement avec l'énergie, de même que le facteur $\frac{1}{s' - s}$.

* Ceci est le comportement classique⁽²⁶⁾ et peut se voir par exemple en prenant une forme simple de l'"approximation de Born" (un seul pôle pour le vertex n-p-d) projeté sur l'onde S ($^3P_0 \rightarrow ^1S_0$).

Par ailleurs l'approximation décrite plus haut pour traiter l'état intermédiaire $NN\pi$ est évidemment très grossière au voisinage du seuil $NN\pi$. Etant donné cette approximation, il semble que tenir compte de (IV.23) n'aurait pas de sens nous nous bornerons à donner des résultats à partir d'une énergie de 80 MeV pour le méson π incident (ou de 450 MeV pour le nucléon incident dans le laboratoire) et choisirons la borne inférieure de l'intégrale à partir du seuil physique $s = (M + \mu)^2$.

ii) Ecriture des relations de dispersion en présence de l'état NN^*

Le raisonnement du paragraphe précédent permet de ne pas considérer la présence du seuil anormal.

Séparons la contribution de l'état intermédiaire NN^* à la partie imaginaire de l'amplitude que nous désignons par $\text{Im } f^I(s)$, la relation de dispersion satisfaite par f prend la forme :

$$f(s) = L(s) + f^I(s) + \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im } (f(s') - f^I(s'))}{s' - s - i\epsilon} ds' \quad (\text{IV.24})$$

$$\text{où } f^I(s) = \int_{(m+M^*)^2}^{\infty} \frac{\text{Im } f^I(s')}{s' - s - i\epsilon} ds', \quad \text{Im } f^I(s) \text{ est donné par la formule (IV.19)}$$

La relation d'unitarité permet d'écrire l'égalité suivante

$$\text{Im } [f(s) - f^I(s)] = \text{Re } \{f(s) e^{-i\delta} \sin \delta\} . \quad (\text{IV.25})$$

Dans (IV.25) on doit prendre la partie réelle à droite, car en présence de l'état NN^* , $f(s)$ n'a plus la phase δ comme au paragraphe précédent (en fait si l'on somme sur tous les états intermédiaires on s'attend à récupérer une quantité réelle pour le membre de gauche de (IV.25)).

Introduisons la fonction $F(s)$:

$$F(s) = \frac{e^{-u(s)}}{\pi} \int_{4m}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \{f(s') e^{-i\delta(s')} \sin \delta(s')\}}{s' - s - i\epsilon} ds' . \quad (\text{IV.26})$$

Cette fonction n'a que la coupure de droite et on montre facilement que

$$\operatorname{Im} F(s) = e^{-\rho(s)} \sin \delta(s) [L(s) + \operatorname{Re} f^I(s) + (\operatorname{tg} \delta(s)) \operatorname{Im} f^I(s)] .$$

L'équation (IV.24) admet par conséquent la solution :

$$f(s) = L(s) + f^I(s) + \frac{e^{u(s)}}{\pi} \int_{4m}^{\infty} \frac{e^{-\rho(s')} \sin \delta(s') [L(s') + \operatorname{Re} f^I(s') + \operatorname{tg} \delta \operatorname{Im} f^I(s')]}{s' - s - i\epsilon} ds' \quad (\text{IV.27})$$

L'équation (IV.27) permet de calculer la correction à (IV.17b) due à la redif-
fusion N N.

Résultats numériques

Rappelons les traits caractéristiques des résultats expérimentaux déjà
cités au cours de ce travail :

La section efficace totale présente un pic au voisinage du seuil N N*
pour une énergie du nucléon incident de 630 MeV (énergie du $\pi \sim 140$ MeV).

La section efficace différentielle est habituellement fittée par un
polynôme du 2ème degré en $\cos \theta$ de la forme

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \simeq A + B \cos^2 \theta .$$

A la lumière de l'analyse faite au paragraphe 1.iv) -où nous montrons qu'à partir
d'une certaine énergie, le coefficient de $\cos^4 \theta$ ne doit pas être négligé- on com-
prend que des désaccords expérimentaux subsistent quant aux valeurs du rapport
A/B. Jusqu'à une énergie du nucléon incident de l'ordre de 600 MeV, ce rapport
est considéré comme constant de l'ordre de 0.22 ; au dessus de 600 MeV, les

valeurs données par Neganov⁽¹²⁾ sont comprises entre 0.31 et 0.59, mais pour une énergie du proton incident de l'ordre de 650 MeV, on peut noter le désaccord suivant : pour $E_p = 657$ MeV, d'après Mescheryakov⁽¹²⁾ $A/B \simeq 0.23$, pour $E_p = 633$ MeV, $A/B \simeq 0.31$ d'après Neganov⁽¹²⁾.

Les résultats récents de D.F. Measday et al.⁽¹²⁾ sont compatibles avec un fit à trois paramètres et apportent des précisions sur la situation à petit angle ($\theta < 30^\circ$) où il n'y avait jusqu'à maintenant aucun résultat. Les résultats sont en général compatibles avec les expériences précédentes sauf à haute énergie ($E_p = 743$ MeV).

Nous donnons le rapport A/B et $R_{\text{exp}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{90^\circ} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{0^\circ}$ que l'on en déduit dans la Table V. Bien que ces valeurs soient sans grande signification, nous les utiliserons pour discuter qualitativement les résultats que nous obtenons.

Nous nous attendons à ce que la contribution de l'état NN^* se fasse surtout sentir dans l'onde T_{120}^2 . Lorsque seule cette onde contribue $A/B = 1/3$; l'écart à cette valeur est donc sensible à l'interférence de T_{120}^2 avec les autres ondes non négligeables dues en particulier à la contribution du "terme de Born".

Il est clair que la contribution du terme de Born est très sensible au choix des paramètres du vertex n - p - d (le transfert mis en jeu est élevé) ce qui n'est pas le cas pour la contribution de l'état intermédiaire NN^* , étant donné la masse élevée du N^* . On voit par conséquent l'intérêt d'une discussion qualitative du rapport A/B en fonction du choix des paramètres du vertex n - p - d .

Nous traiterons d'abord le cas où l'on néglige la rediffusion N - N .

4.1.) Première approximation - Rediffusion NN négligeable

Pour simplifier la discussion, nous introduisons les notations

TABLE V

Energie du proton incident dans le lab.	A/B	R_{exp}
460	0.24 ± 0.03	0.19 ± 0.03
572	0.22 ± 0.05	0.18 ± 0.04
633	0.31 ± 0.03	0.23 ± 0.02
690	0.35 ± 0.03	0.26 ± 0.02
743	0.49 ± 0.03	0.32 ± 0.02
905	0.59 ± 0.03	0.37 ± 0.04

suivantes :

Nous désignons par paramétrisations I, II, III, IV, V les choix suivants de paramètres

- Paramétrisation I : set (1) de la référence (8) :

$$\beta = 8.55 \alpha, \quad \gamma = 11.13 \alpha, \quad \delta = 14 \alpha.$$

- Paramétrisation II : set (6) de la référence (8) :

$$\beta = 9.75 \alpha, \quad \gamma = 10.25 \alpha, \quad \delta = 10.75 \alpha.$$

- La paramétrisation III est inspirée de I. MacGee⁽⁵⁵⁾ et consiste à utiliser des paramétrisations différentes pour $F_S(t)$ et $F_D(t)$; $F_S(t)$ est traitée avec 4 pôles situés à

$$\beta = 5.732 \alpha, \quad \gamma = 12.844 \alpha, \quad \delta = 17.332 \alpha, \quad \epsilon = 19.643 \alpha$$

avec des résidus

$$C_\beta = 0.63608, \quad C_\gamma = 6.6150, \quad C_\delta = -15.216, \quad C_\epsilon = 8.9651.$$

$F_D(t)$ est paramétrisée avec un ensemble de 5 pôles situés à

$$\beta' = 4.833\alpha, \quad \gamma' = 10.447 \alpha, \quad \delta' = 14.506 \alpha, \quad \epsilon' = 16.868 \alpha, \quad \nu' = 21.154 \alpha$$

avec les résidus

$$C_{\beta'} = 20.34, \quad C_{\gamma'} = 36.60, \quad C_{\delta'} = 123.02, \quad C_{\epsilon'} = -305.11, \quad C_{\nu'} = 126.16.$$

- La paramétrisation IV est une paramétrisation mixte, dans le sens que :

$$F_S(t) = F_S^{III}(t) \quad F_D(t) = F_D^I(t).$$

- La paramétrisation V est également mixte :

$$F_S(t) = F_S^{III}(t) \quad F_D(t) = F_D^{II}(t).$$

Les résidus et les positions des pôles dans les différentes paramétrisations ont été obtenus, en ce qui concerne I et II, de façon à reproduire les propriétés statiques du deutéron et les résultats expérimentaux de photodésintégration de basse énergie, pour III et IV ils ont été ajustés en accord avec les fonctions d'onde numériques qui décrivent l'interaction $n\ p$ jusqu'à 300 MeV. A basse énergie, c'est-à-dire pour des transferts mis en jeu tels que $|(t-m^2)/m^2| < 0.3$, toutes ces paramétrisations sont équivalentes, ce qui n'est évidemment plus le cas ici.

i) influence du choix des paramètres

C'est une bonne approximation d'exprimer les résultats en termes de 3 ondes partielles dominantes :

$$b = T_{100}^0, \quad c = T_{120}^2, \quad e = T_{340}^4.$$

Nous donnons dans la Table VI, les valeurs de b , c , e que donnent l'"approximation de Born", et la contribution de l'état NN^* pour une énergie du proton incident de 633 MeV ($E_\pi = 174$ MeV), ce qui correspond au pic de la section efficace totale. Pour ce qui est des parties imaginaires, c domine largement (par un facteur 30 au minimum), mais l'ordre de grandeur relatif des parties réelles dépend de la paramétrisation. Cela a comme conséquence que le rapport R est très sensible à la paramétrisation. Cela est illustré dans la Table VII. Les résultats donnés dans cette table sont une indication du fait que la paramétrisation IV permet de mieux -dans le cadre de l'approximation- reproduire la valeur expérimentale de R .

TABLE VI*

Paramétrisation	B_b	B_c	B_e	$Re\ b^{NN*}$	$Re\ c^{NN*}$	$Re\ e^{NN*}$	$Im\ b^{NN*}$	$Im\ c^{NN*}$	$Im\ e^{NN*}$
I	$0.44\ 10^{-1}$	-0.26	$-0.22\ 10^{-1}$	$-0.20\ 10^{-2}$	$-0.74\ 10^{-1}$	$-0.24\ 10^{-2}$	$-1.18\ 10^{-3}$	-0.22	$-0.72\ 10^{-2}$
IV	$-1.12\ 10^{-1}$	-0.26	$-0.22\ 10^{-1}$	"	"	"	"	"	"
II	$0.54\ 10^{-1}$	-0.22	$-0.20\ 10^{-1}$	"	"	"	"	"	"

* Les valeurs des contributions de l'état NN^* diffèrent de moins de 3 % pour les trois paramétrisations.

TABLE VII

Valeurs relatives de $Re\ b$, $Re\ c$, $Re\ e$, et R

Paramétrisation	$Re\ b$	$Re\ c$	$Re\ e$	R
I	$0.42\ 10^{-1}$	-0.34	$-0.24\ 10^{-1}$	0.14
IV	$-1.14\ 10^{-1}$	-0.34	$-0.24\ 10^{-1}$	0.26
II	$0.52\ 10^{-1}$	-0.30	$-0.22\ 10^{-1}$	0.14

ii) influence de l'état D

Cette influence est très importante : à titre d'exemple, pour le terme de Born, la section efficace correspondante est réduite par un facteur 10, 20, 30, 50 à des énergies respectives du nucléon incident de 300, 400, 600, 1000 MeV ; pour l'état NN^* , la contribution de l'état NN^* dans la relation d'unitarité est réduite de 15 %, 25 %, et 35 % à 460, 660 et 900 MeV.

Notons que la paramétrisation III donne pour $F_D(t)$ une fonction qui ne décroît pas suffisamment avec t (on rencontre la même difficulté avec d'autres paramétrisations proposées⁽⁵⁶⁾). Dorénavant, nous nous limiterons à discuter les paramétrisations I, II, IV et V.

iii) influence de la fonction de distribution (IV.20)

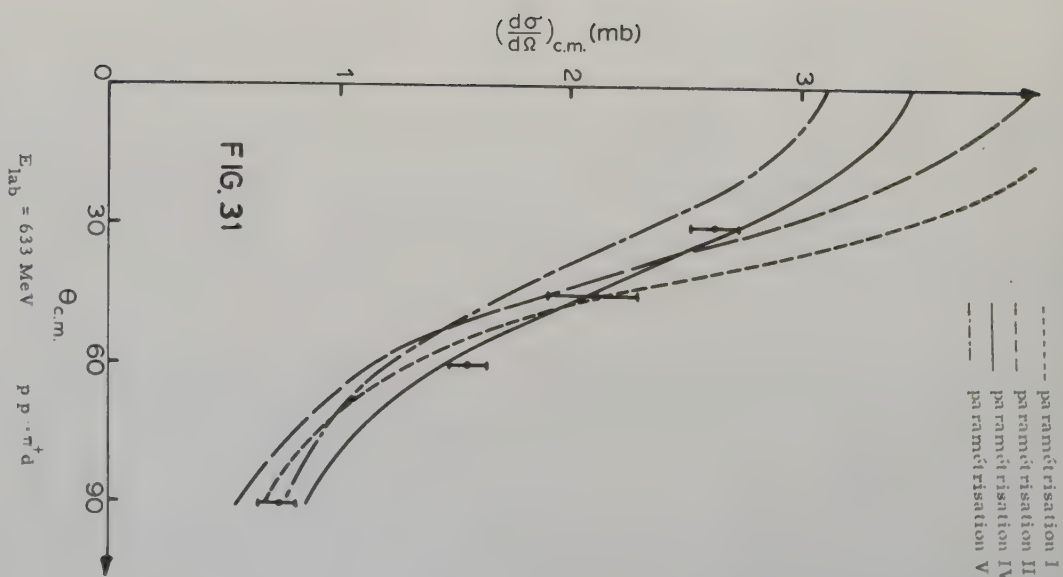
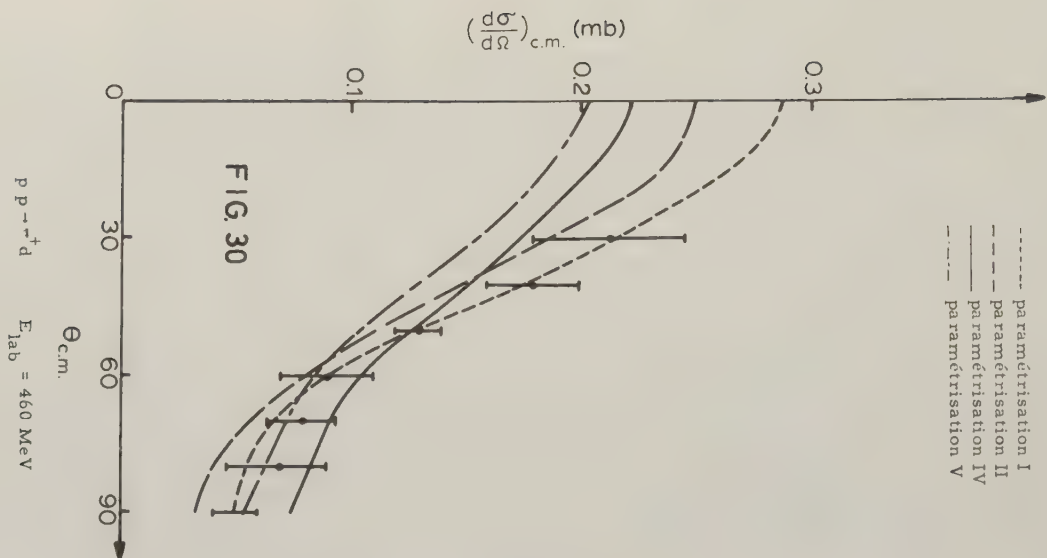
A basse énergie, on ne note pas de différence entre les formes $f(s, s_R)$ et $f_H(s, s_R)$ (voir ch. III), quand l'énergie du nucléon incident augmente, les sections efficaces calculées avec $f_H(s, s_R)$ sont 1 %, 2 %, 4 %, 10 % inférieures, aux énergies respectives de 520, 630, 690 et 900 MeV. Les résultats sont donnés pour le choix de $f_H(s, s_R)$.

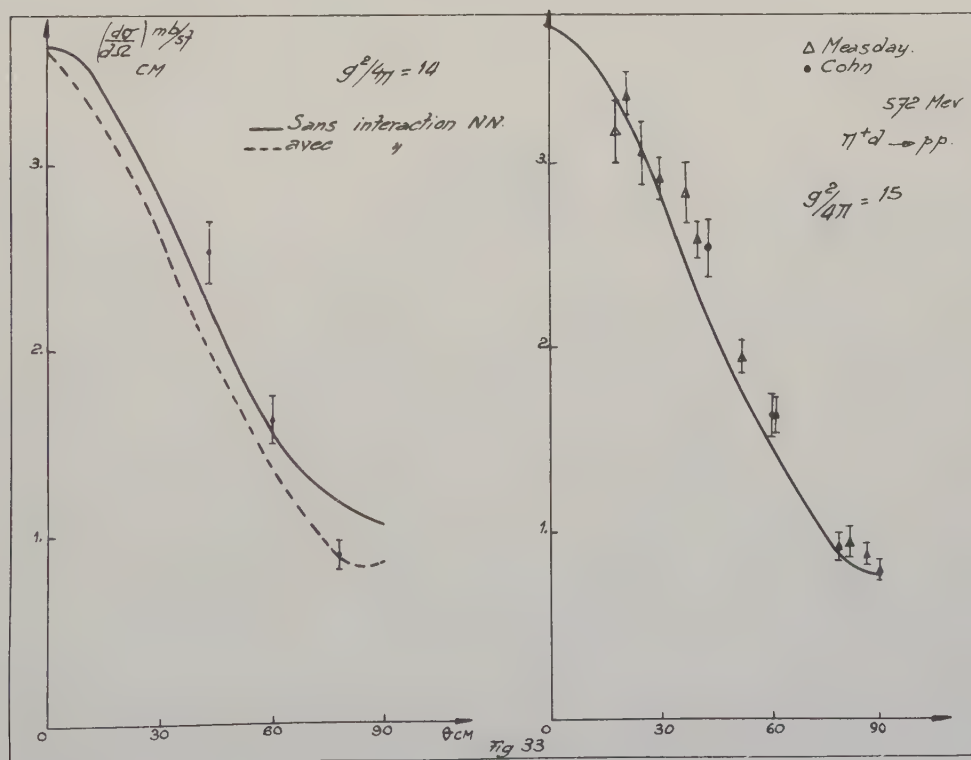
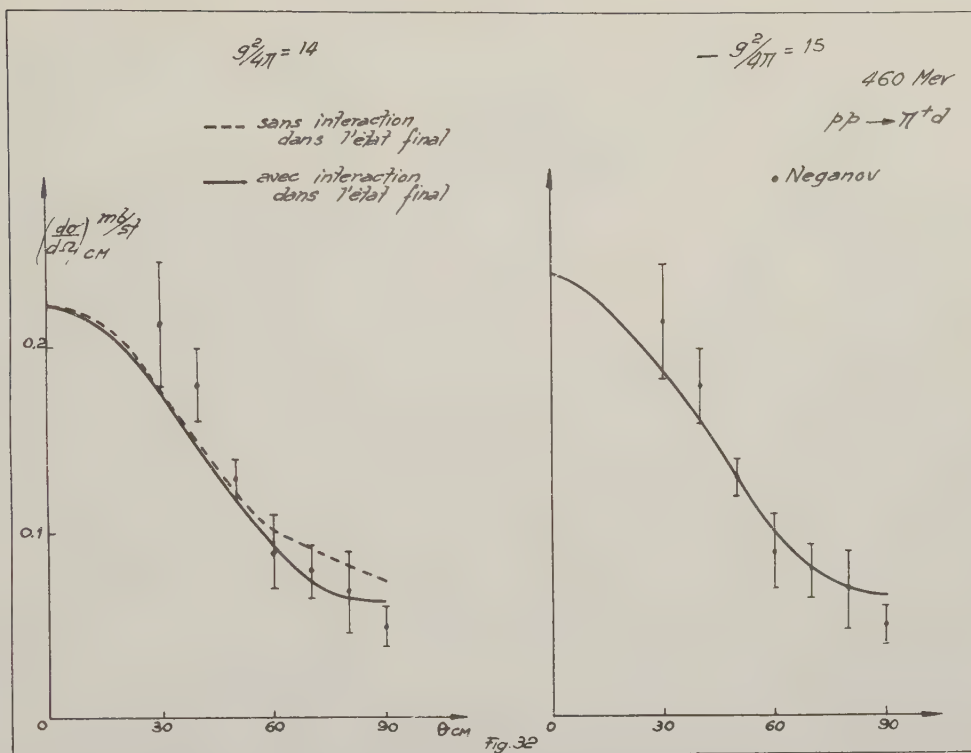
iv) résultats numériques - comparaison avec l'expérience

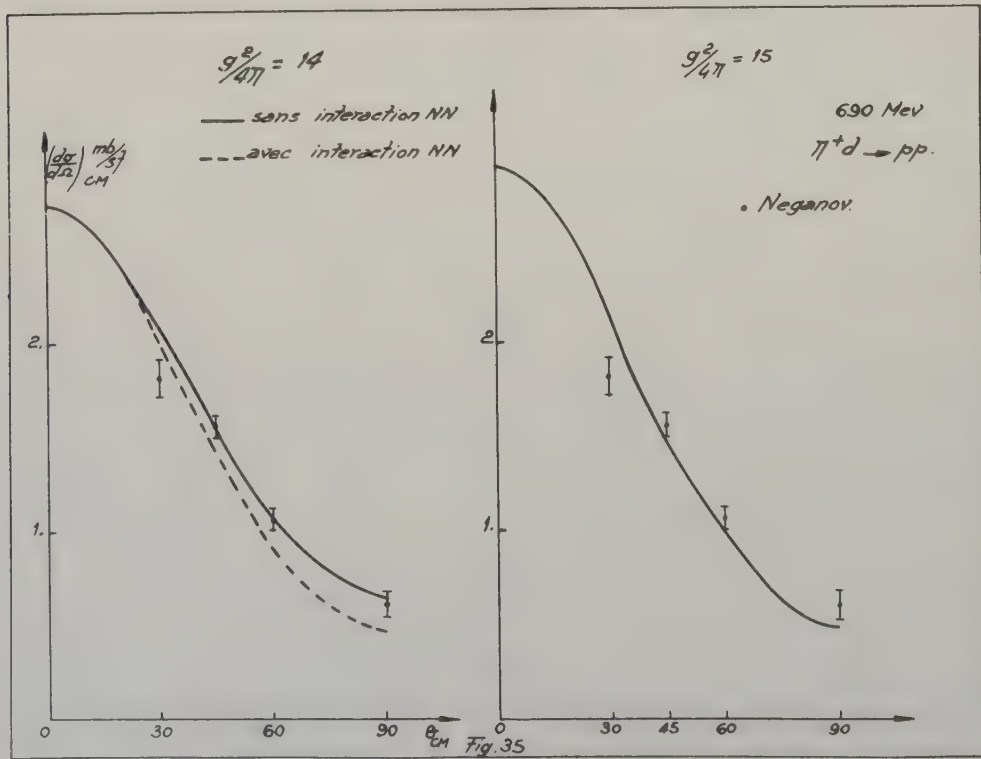
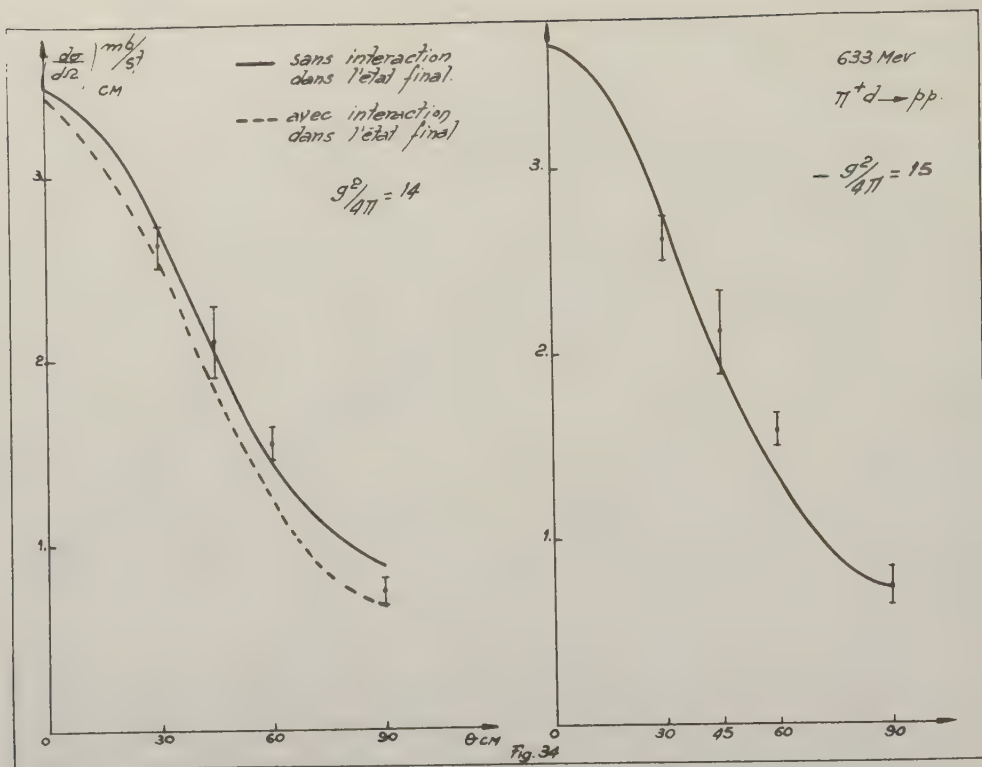
Comme l'indique la discussion i), le meilleur accord est obtenu avec la paramétrisation IV. Les sections efficaces différentielles obtenues à 460 MeV et 633 MeV (énergie du nucléon incident dans le laboratoire) sont données dans les figures 30 et 31 pour les quatre paramétrisations et comparées avec l'expérience.

Les sections efficaces différentielles, dans le cas du choix de la paramétrisation IV, sont comparées à l'expérience à 460, 572, 633, 690 et 743 MeV, dans les figures 32-36.

La section efficace totale est donnée dans la figure 37.







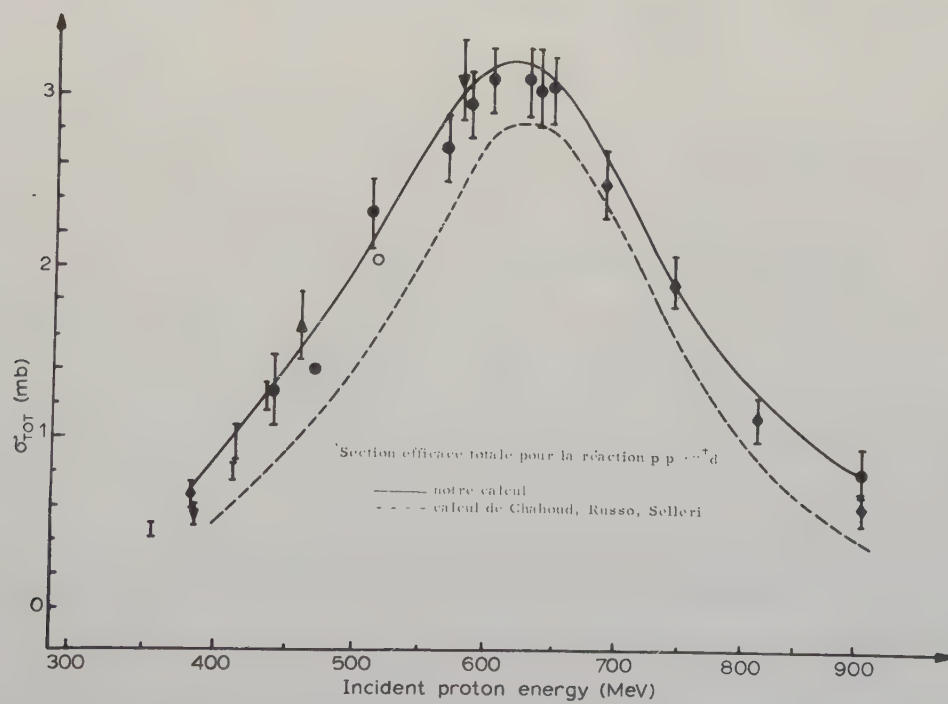
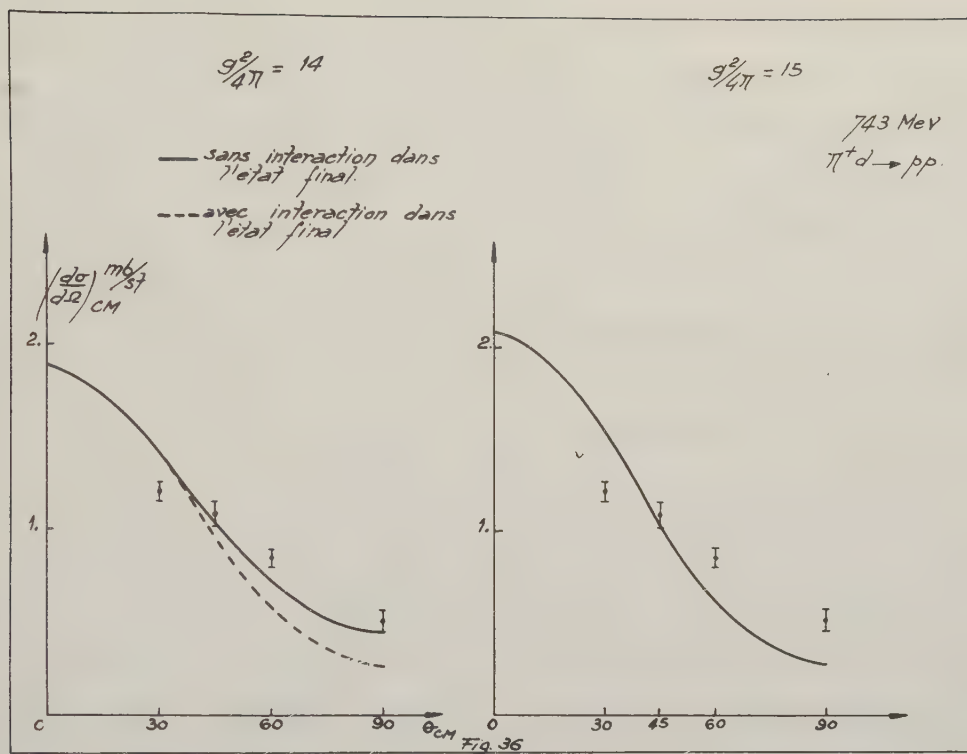


FIG. 37

On note que les résultats obtenus ne sont pas très satisfaisants du point de vue de la variation en énergie, dans la mesure où les sections efficaces différentielles ne sont pas assez piquées à basse énergie et trop piquées au dessus de l'énergie du pic. L'accord au voisinage du seuil NN^* est très bon (572, 630, 690 MeV).

4.2. Influence de la rediffusion N-N

i) Choix des déphasages

Nous avons utilisé les déphasages donnés par G. Breit et al.⁽⁵⁷⁾ (set YLAM-YLAN3M) pour des énergies inférieures à 350 MeV. Pour des énergies supérieures à 350 MeV, nous utilisons les déphasages donnés par Y. Hama et N. Hoshizaki⁽⁵⁸⁾ et L.S. Azhgirey et al.⁽⁵⁹⁾ de façon à disposer d'un ensemble de déphasages jusqu'à des énergies de l'ordre de 900 MeV. Pour pouvoir calculer l'effet de l'interaction dans l'état final à suffisamment haute énergie, nous avons extrapolé les déphasages et avons pris $e^{\rho(s)} = 1$ au dessus de 900 MeV.

Cette incertitude entache d'erreur les résultats à haute énergie : $E_p \geq 750$ MeV

ii) Discussion qualitative et résultats

Nous pouvons prévoir la façon dont le rapport R est modifié par l'introduction de l'interaction NN , en considérant la façon dont les ondes partielles dominantes sont modifiées. On s'attend à ce que l'influence sur e soit négligeable, étant donné la petitesse de l'interaction NN dans l'état $J = 4$. Nous donnons dans la table VIII l'influence de la rediffusion sur les ondes partielles dominantes pour la paramétrisation IV, et dans la table IX la modification correspondante de R .

D'après cette table, on s'attend à ce que la rediffusion donne lieu à des sections efficaces différentielles piquées à l'avant ($R \searrow$) ; ceci a comme

TABLE VIII

$E_{\text{cin}}^p (E_{\text{cin}}^{\pi})$	460 MeV (88 MeV)		633 MeV (174 MeV)		790 MeV (232 MeV)	
	sans int N N	avec int N N	sans int N N	avec int N N	sans int N N	avec int N N
b	$-0.36 \cdot 10^{-4}$ i - $0.84 \cdot 10^{-1}$	$0.20 \cdot 10^{-1}$ i - $0.6 \cdot 10^{-1}$	$-1.02 \cdot 10^{-3}$ i - $1.14 \cdot 10^{-1}$	$0.48 \cdot 10^{-1}$ i - $0.90 \cdot 10^{-1}$	$-0.24 \cdot 10^{-2}$ i - $1.22 \cdot 10^{-1}$	$0.72 \cdot 10^{-1}$ i - $1.10 \cdot 10^{-1}$
c	$-1.60 \cdot 10^{-2}$ i - 0.30	$-0.62 \cdot 10^{-1}$ i - 0.28	$-1.94 \cdot 10^{-1}$ i - 0.34	-0.24 i - 0.28	-0.22 i - $1.88 \cdot 10^{-1}$	-0.24 i - $1.12 \cdot 10^{-1}$
e	$-0.24 \cdot 10^{-3}$ i - $1.10 \cdot 10^{-2}$	"	$-0.68 \cdot 10^{-2}$ i - $0.24 \cdot 10^{-1}$	"	$-1.50 \cdot 10^{-2}$ i - $0.24 \cdot 10^{-1}$	"

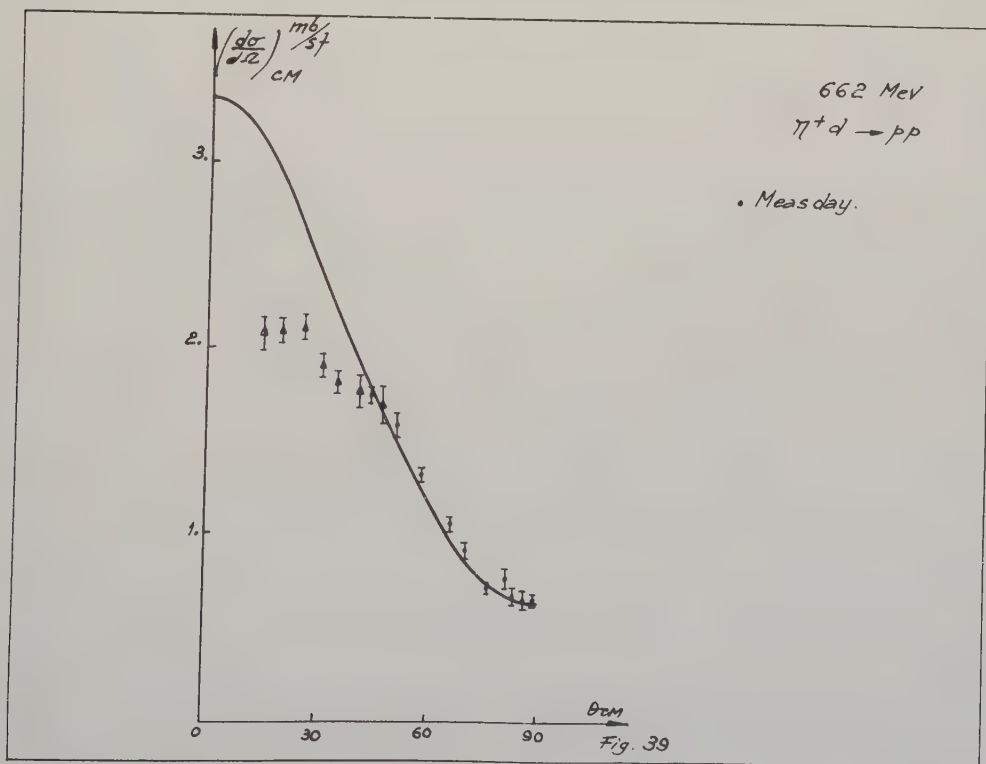
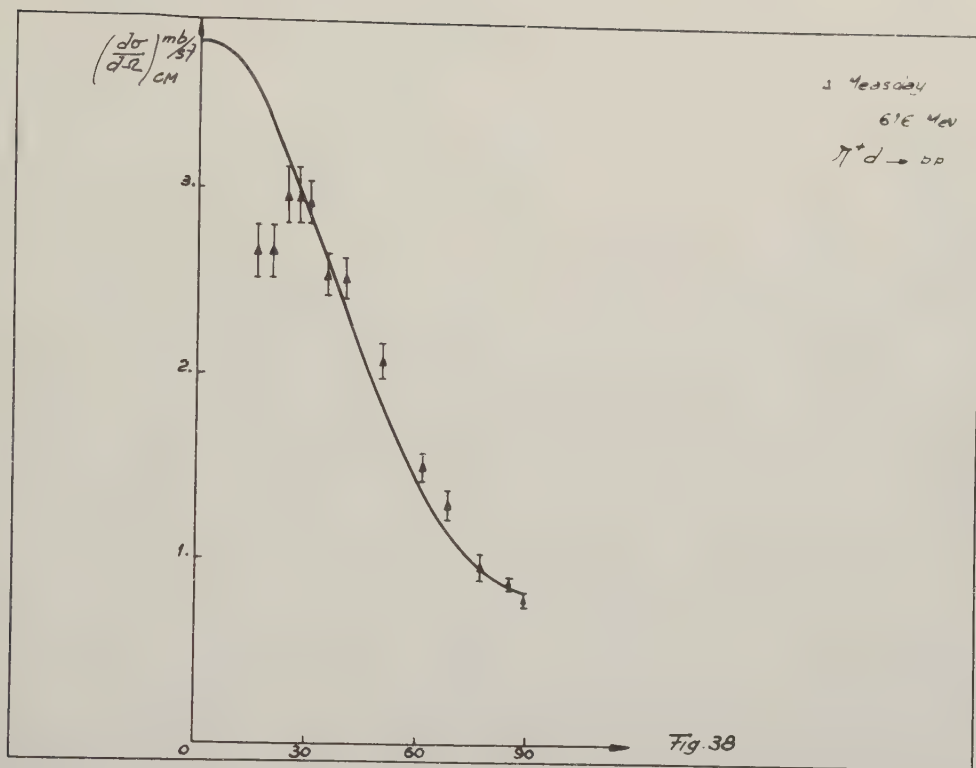
TABLE IX

E_{MeV}	R	sans int N N	avec int N N
460		0.32	0.29
633		0.26	0.22
790		0.32	0.30

conséquence d'améliorer les résultats au dessous du pic, mais de diminuer le degré de l'accord à haute énergie (743 MeV). En adoptant comme valeur de la constante de couplage $g^2/4\pi = 15$, on obtient de meilleurs résultats. Nous donnons les résultats dans les figures 32-36 et 38-40 pour les sections efficaces différentielles. La forme de la section efficace totale n'est pas modifiée (Fig. 37) ($g^2/4\pi = 15$). Nous indiquons également les résultats obtenus par l'asymétrie du π pour la réaction $p p \rightarrow \pi^+ d$ sur des protons polarisés⁽⁶⁰⁾ à des énergies de 536 et 616-654 MeV dans les figures 41, 42. (Les formules correspondantes sont dérivées dans l'appendice (B)).

iii) Discussion

Les résultats obtenus sont en bon accord avec l'expérience, au voisinage du pic de la section efficace totale. Etant donné l'approximation faite, nous nous attendons effectivement à moins bien reproduire les résultats expérimentaux à des énergies éloignées de ce voisinage. Par rapport aux modèles théoriques proposés, nous obtenons cependant un accord quantitatif bien meilleur. Un traitement plus complet de l'état intermédiaire $NN\pi$ et en particulier l'inclusion d'une onde ${}^3S_1 \rightarrow {}^3P_1$ ($\pi d \rightarrow p p$) correspondant à une interaction πN dans l'onde S permettrait de mieux comprendre les résultats (en particulier, on doit noter qu'une valeur non nulle de a modifie la valeur de R dans le sens croissant). Nous discuterons cette possibilité en liaison avec une application possible du même modèle à la photodésintégration du deutéron, dans la conclusion.



743 MeV Negarov •
 750 MeV Measday Δ

$\pi^+ p \rightarrow p p.$

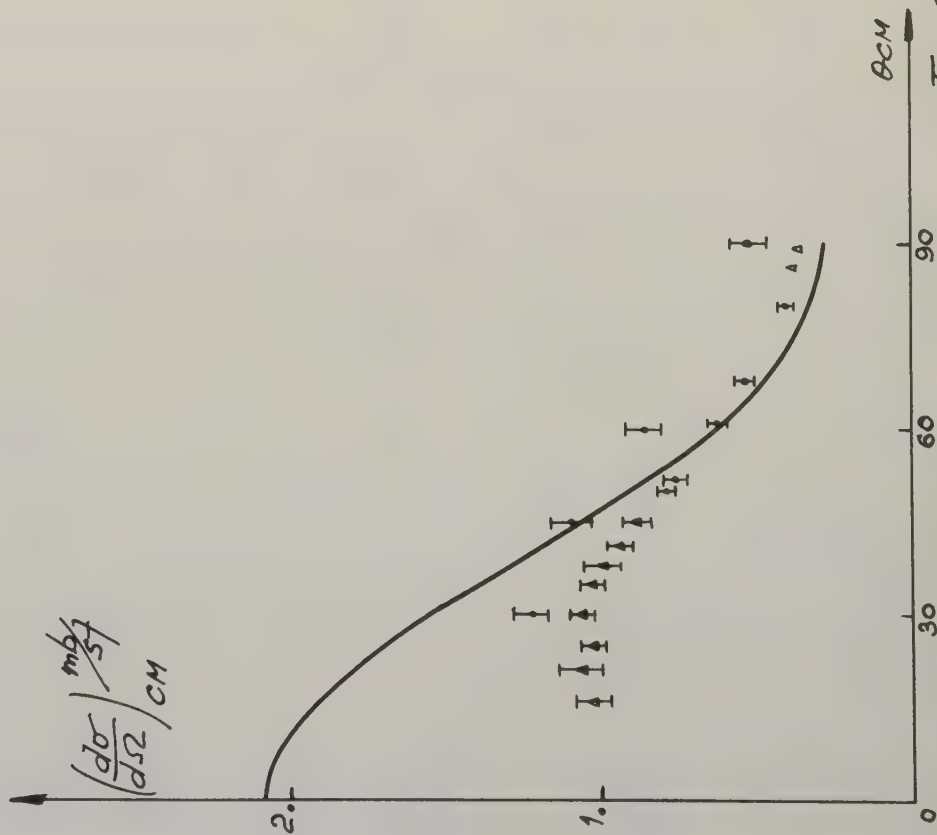
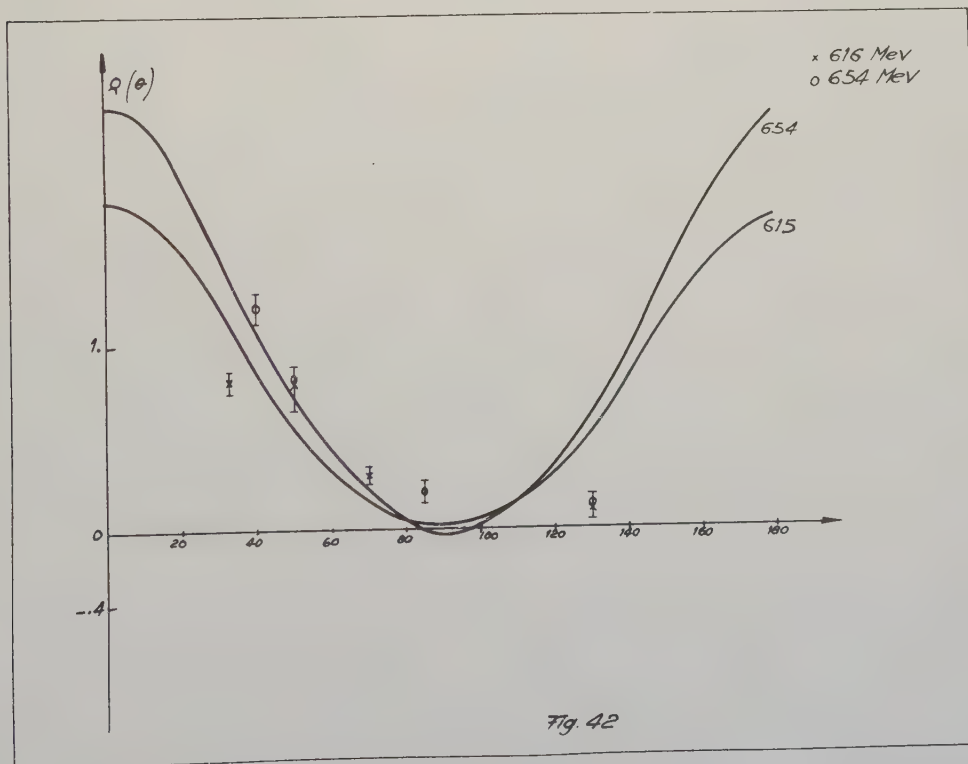
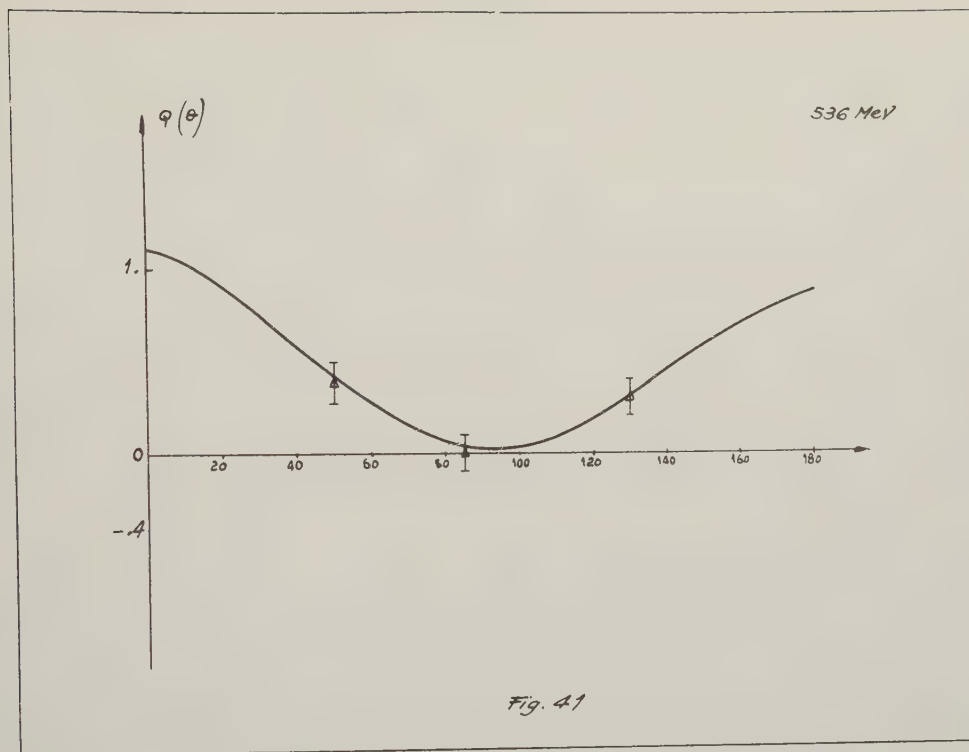


Fig. 40



CONCLUSION

Nous avons proposé dans ce travail⁽⁶²⁾ une approche covariante à la théorie des réactions $\pi d \rightarrow \pi d$ et $\pi^+ d \rightarrow p p$. La motivation initiale était en fait d'étendre à plus haute énergie l'étude, faite par (L.R.T.)⁽⁹⁾ de la photodésintégration, en précisant la paramétrisation des fonctions de vertex n-p-d proposée par (G.L.R.T.)⁽⁸⁾, et dont les paramètres n'étaient pas complètement déterminés par les propriétés statiques du deutéron et la photodésintégration de basse énergie. La complexité du problème et en particulier le fait qu'il faille traiter complètement l'état intermédiaire à 3 corps $NN\pi$, nous a incités à considérer les réactions $\pi^+ d \rightarrow \pi^+ d$ et $\pi^+ d \rightarrow p p$, pour lesquelles il semble que l'approximation qui consiste à remplacer l'état $NN\pi$ par un état à 2 corps : NN^* est raisonnable. Nous avons d'abord appliqué cette approximation à $\pi d \rightarrow \pi d$; les contributions dynamiques ont été sélectionnées d'après le principe de la singularité la plus proche et nous avons été amenés à proposer un modèle phénoménologique dans lequel les singularités en t, u sont approximées par le pôle du " σ " couplé dans l'approximation impulse au deutéron et les singularités en s sont dues de façon dominante à l'état NN^* . Avec deux paramètres qui sont la masse du σ et le produit des constantes de couplage $g_{\sigma NN} g_{\sigma \pi\pi}$, nous parvenons à décrire de façon satisfaisante les sections efficaces différentielles et la section efficace totale (le résultat est très peu sensible aux paramètres du vertex n-p-d comme dans tous les problèmes où le deutéron apparaît à la fois dans l'état initial et dans l'état final). Cette approximation est ensuite appliquée à la réaction $\pi^+ d \rightarrow p p$. Le modèle phénoménologique proposé ici (analogue au traitement à basse énergie de la photodésintégration) consiste à approximer les singularités en t, u de l'amplitude par le pôle du nucléon et la structure du deutéron, la discontinuité à droite étant donnée par la relation d'unitarité dans laquelle on garde les états intermédiaires NN et NN^* . La rediffusion NN n'apporte qu'une correction de l'ordre de 20 % à l'arrière dans les sections efficaces différentielles. L'état intermédiaire NN^* apporte la contribution dominante et permet de comprendre la forme des sections efficaces totale et

différentielles dans un domaine d'énergie assez large autour du seuil NN^* . La dépendance très sensible des résultats par rapport aux ensembles de paramètres du vertex n - p - d permet de sélectionner celui qui parmi les ensembles proposés par (G.L.R.T.) conduit au meilleur accord avec l'expérience.

Il faut toutefois noter que l'approximation utilisée ne permet pas

- de donner des résultats à basse énergie, au voisinage du seuil (à l'approximation de l'état $NN\pi$ par un état NN^* s'ajoutent les approximations faites pour négliger la présence du seuil anormal et prendre comme borne d'intégration le seuil physique),
- d'obtenir, d'autre part, un accord satisfaisant au-dessus du pic où les résultats sont trop piqués à l'avant par rapport aux résultats expérimentaux.

L'intérêt de ce travail est d'améliorer la compréhension des résultats expérimentaux par rapport aux travaux antérieurs, et surtout d'ouvrir la voie à un traitement phénoménologique plus complet où l'on tiendrait compte de l'état intermédiaire $NN\pi$. (Nous avons en particulier noté que l'introduction de l'interaction πN dans l'onde S peut modifier notablement la valeur du rapport R). Dans cette perspective, il est intéressant de rappeler qu'une étude complète de la photodésintégration serait nécessaire :

1) Des résultats expérimentaux récents⁽⁶¹⁾, en désaccord avec les résultats expérimentaux utilisés par (L.R.T.) et par conséquent en désaccord avec leur modèle impliquent probablement une modification nécessaire des ensembles de paramètres proposés.

2) Il n'y a pas de modèle théorique au dessus du seuil de création d'un π ($E_Y > 140$ MeV). Le présent modèle appliqué à la photodésintégration (la coupure de gauche donnée par le pôle du nucléon et la structure du deutéron, la discontinuité à droite donnée par la relation d'unitarité dans laquelle on garde uniquement l'état NN^* - la rediffusion NN étant traitée comme une correction) donne de mauvais résultats⁽⁶³⁾ ; on peut obtenir un accord avec

les résultats expérimentaux à condition de déplacer la masse du N^* de 1233 à 1198 MeV. Nous pouvons interpréter ce désaccord en remarquant que dans l'amplitude de photoproduction, l'interaction directe du γ avec le π , dont on ne tient pas compte dans un tel modèle, est importante.

APPENDICE A

Dans cet appendice, nous donnons les éléments du calcul de l'amplitude $\pi d \rightarrow N N^*$ et de l'amplitude $N N^* \rightarrow N N$ qui entrent respectivement dans la relation d'unitarité appliquée aux processus $\pi d \rightarrow \pi d$ et $\pi d \rightarrow p p$.

I. $\pi d \rightarrow N N^*$

Nous évaluons cette amplitude dans le cadre de l'approximation de l'échange d'un nucléon.

a) cinématique

k et d sont les moments du π et du deutéron, p et p' ceux du nucléon et du N^* respectivement. Définissons les trois invariants s, t, u :

$$s = -(k + d)^2 = -(p + p')^2$$

$$t = -(k - p')^2 = -(d - p)^2$$

$$u = -(k - p)^2 = -(d - p')^2.$$

Dans le système du centre de masse, nous choisissons les conventions suivantes :

$$k = (\vec{k}, k_0) \quad d = (-\vec{k}, d_0) \quad p' = (\vec{p}, E^*) \quad p = (-\vec{p}, E).$$

Nous désignons par θ l'angle de diffusion :

$$\theta = (\vec{k}, \vec{p}).$$

Nous choisissons l'axe Oz suivant $\vec{p}$ et posons

$$k = |\vec{k}|, \quad p = |\vec{p}|$$

si bien que s, t, u s'expriment de la façon suivante :

$$s = W^2 = (k_0 + d_0)^2 = (E + E^*)^2$$

$$t = M^2 + m^2 - 2Ed_0 + 2kp \cos \theta$$

$$u = M^2 + m^{*2} - 2E^*d_0 - 2kp \cos \theta$$

où m^* est la masse du N^* .

Le N^* est décrit par un $\frac{3}{2}$ -spineur dans le formalisme de Rarita-Schwinger : $u_\sigma(p')$. $u_\sigma(p')$ satisfait l'équation

$$(i\not{p}' + m^*) u_\sigma(p') = 0$$

et les conditions supplémentaires

$$p'_\sigma u^\sigma(p') = 0 \quad (\text{A.1a})$$

$$\gamma_\sigma u^\sigma(p') = 0 \quad (\text{A.1b})$$

et est construit à partir du produit direct du spineur $u(p')$ et d'un vecteur polarisation ϵ :

$$u^\sigma(p') = \epsilon^\sigma u(p'). \quad (\text{A.2})$$

La condition (A.1a) indique que l'on peut choisir les trois directions de polarisation comme⁽⁴²⁾ :

$$\epsilon^{(+)} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{i}{\sqrt{2}}, 0, 0 \right)$$

$$\epsilon^{(0)} = (0, 0, E^*, p)/m^*$$

$$\epsilon^{(-)} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{i}{\sqrt{2}}, 0, 0 \right).$$

La seconde condition garantit que le spin $\frac{3}{2}$ est extrait du produit direct. Si nous désignons par Λ l'hélicité correspondant à ϵ , par λ_s l'hélicité correspondant à $u(p')$, les états d'hélicité de l'isobare sont obtenus de la façon suivante :

$$|\lambda' \rangle = \sum_{\Lambda} \langle \frac{3}{2} \lambda' | 1 \Lambda \frac{1}{2} \lambda_s \rangle |\Lambda \lambda_s \rangle$$

soit :

$$|\frac{3}{2} \rangle = |1; \frac{1}{2} \rangle$$

$$|\frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} |0, \frac{1}{2} \rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |1, -\frac{1}{2} \rangle$$

$$|-\frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} |-1, \frac{1}{2} \rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |0, -\frac{1}{2} \rangle$$

$$|-\frac{3}{2} \rangle = |-1; -\frac{1}{2} \rangle.$$

b) expression de l'amplitude

Le couplage $\pi N N^*$ est pris de la forme :

$$\mathcal{L}_{\pi N N^*} = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \bar{\psi} \psi_{\nu} \partial^{\nu} \Phi$$

où ψ , ψ_{ν} et Φ décrivent les champs du nucléon, du N^* et du π respectivement.

La constante de couplage $\frac{\lambda}{\mu}$ est reliée ⁽¹⁰⁾ à la largeur Γ du N^* par

$$\left(\frac{\lambda_1}{\mu}\right)^2 = \frac{12 \pi \Gamma m^*}{(p_0 + m)p^3}$$

$$\text{où } p_0 = \frac{m^{*2} + m^2 - \mu^2}{2 m^*}, \quad p = \sqrt{p_0^2 - m^2}.$$

$$\text{Pour le couplage } N^{*++} p \pi^+, \quad \frac{\lambda_1}{\mu} = \frac{1.96}{\mu} \quad \text{pour } \Gamma = 125 \text{ MeV.}$$

Dans l'approximation impulse, l'amplitude* s'écrit :

$$\mathcal{C} = \frac{\lambda_1}{\mu} \frac{1}{m^2 + n^2} \bar{u}_\sigma(p') k^\sigma (m - i\not{p}) \Gamma^\rho \xi_\rho u^c(p) \quad (\text{A.3})$$

où $n = (d - p)$ et $u^c(p)$ est le spineur conjugué de charge associé au nucléon :

$$u^c(p) = C \bar{u}^T(p).$$

ξ_ρ est la polarisation du deutéron et Γ_ρ le vertex n-p-d :

$$\Gamma^\rho = i A(t) \gamma^\rho + B(t) p^\rho$$

*Rappelons que les conventions adoptées pour la métrique sont $g^{11} = g^{22} = g^{33} = 1, \quad g^{00} = -1.$

Les matrices γ sont choisies dans la représentation suivante :

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2 g^{\mu\nu}$$

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -i\vec{\sigma} \\ i\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^0 = -i \gamma^4 = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice C est définie telle que $C^{-1} \gamma_\mu^T C = -\gamma_\mu, \quad C^T = -C, \quad C^{-1} = C^+.$

Utilisant (A.2) nous écrivons (A.3) sous la forme :

$$\mathcal{T} = \frac{\lambda_1}{\mu} \bar{u}(p')(\epsilon^*, k)(m - i\not{p})(i A \not{\xi} + B(\xi.p)) u^c(p) \frac{1}{m^2 + n^2} \quad (A.4)$$

c) amplitudes d'hélicité

La diffusion $\pi d \rightarrow N N^*$ est en général décrite par 24 amplitudes d'hélicité. Nous en calculerons explicitement 12 : qui correspondent à une hélicité positive pour le N^* ; les 12 autres sont obtenues par la relation générale due à la conservation de la parité

$$\langle -\lambda_c - \lambda_d | T | -\lambda_a - \lambda_b \rangle = (-1)^{\lambda - \mu} \langle \lambda_c \lambda_d | T | \lambda_a \lambda_b \rangle$$

où $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$, $\mu = \lambda_c - \lambda_d$.

Pour calculer les amplitudes d'hélicité, nous utilisons la représentation explicite suivante pour les spineurs de Dirac :

$$u^c(p, \mu') = c \begin{pmatrix} -\frac{p \not{\mu}'}{E+m} \\ 1 \end{pmatrix} \chi_{-\mu'}^c, \quad \bar{u}(p', \lambda_s) = c^* \chi_{\lambda_s}^+ \left(1 - \frac{p \not{\lambda}_s}{E^* + m^*} \right)$$

où $\chi_{-\mu'}^c = i\sigma_2 \chi_{\mu'}^c$; μ' et λ_s sont les hélicités du nucléon et du spineur associé au N^* respectivement ; c et c^* sont des coefficients de normalisation :

$$c = \sqrt{\frac{E+m}{2m}}, \quad c^* = \sqrt{\frac{E^*+m^*}{2m^*}}.$$

Nous définissons $\langle \mu'; (\Lambda, \lambda_s) | T | \lambda \rangle = \frac{\lambda_1}{\mu} \frac{c c^*}{m^2 + n^2} \langle \mu'; (\Lambda, \lambda_s) | T' | \lambda \rangle$

où

$$\langle \mu'; (\Lambda, \lambda_s) | T' | \lambda \rangle = \frac{1}{cc^*} (\epsilon^*(\Lambda).k) \bar{u}(p', \lambda_s) [(m - i\not{p})(i a \not{\xi}^{(\lambda)} + B(\xi^{(\lambda)}.p))] u^c(p, \mu').$$

Un calcul fastidieux permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T' | \pm 1 \rangle = \mp \frac{1}{2} k \sin^2 \theta \{ [a_1 \pm a_2] A + (b_1 + b_2 \cos \theta) B \},$$

$$\langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T' | \pm 1 \rangle = \frac{1}{2} k \sin \theta \{ (1 \mp \cos \theta) A (a_3 \pm a_4) \mp b_3 B \sin^2 \theta \},$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T' | \pm 1 \rangle = & \mp \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{k E^* \cos \theta - k_0 p}{m^*} \sin \theta [(a_1 \pm a_2) A + (b_1 + b_2 \cos \theta) B] \\ & + \frac{1}{2 \sqrt{3}} k \sin \theta [(1 \pm \cos \theta) A (a_3 \mp a_4) \pm b_3 B \sin^2 \theta], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T' | \pm 1 \rangle = & \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{k E^* \cos \theta - k_0 p}{m^*} [A(1 \mp \cos \theta)(a_3 \pm a_4) \mp b_3 B \sin^2 \theta] \\ & \mp \frac{1}{2 \sqrt{3}} k \sin^2 \theta [(b_1 + b_2 \cos \theta) B + (a_1 \mp a_2) A], \end{aligned}$$

$$\langle +\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T' | 0 \rangle = \frac{k \sin \theta}{\sqrt{2} M} \{ B(b_4 + b_5 \cos \theta + b_6 \cos^2 \theta) + A(a_5 + a_6 \cos \theta) \},$$

$$\langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T' | 0 \rangle = \frac{k \sin^2 \theta}{M \sqrt{2}} \{ A a_7 + B(b_7 - b_8 \cos \theta) \},$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T' | 0 \rangle = & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{m^*} (k E^* \cos \theta - p k_0) \frac{1}{M} \{ B(b_4 + b_5 \cos \theta + b_6 \cos^2 \theta) \\ & + A(a_5 + a_6 \cos \theta) \} - \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{k \sin^2 \theta}{\sqrt{2} M} \{ A a_7 + B(b_7 - b_8 \cos \theta) \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T' | 0 \rangle = & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{m^* M} (k E^* \cos \theta - p k_0) \sin \theta (A a_7 + B(b_7 - b_8 \cos \theta)) \\ & + \sqrt{\frac{1}{3}} \frac{k \sin \theta}{\sqrt{2} M} \{ B(b_4 + b_5 \cos \theta + b_6 \cos^2 \theta) + A(a_5 + a_6 \cos \theta) \} \end{aligned}$$

avec les définitions suivantes pour les a_i et les b_i :

$$a_1 = h_1 k_0 - \mathcal{M} h_2,$$

$$b_1 = (k_0 g_2 - \mathcal{M} g_1) p,$$

$$a_2 = k g_1,$$

$$b_2 = k h_2 p,$$

$$a_3 = \mathcal{M} h_1 - k_0 h_2,$$

$$b_3 = p k h_1,$$

$$a_4 = k g_2,$$

$$b_4 = k E b_1 / p,$$

$$a_5 = (g_1 W - \mathcal{M} g_2) k,$$

$$b_5 = k^2 E h_2 - b_1 d_0,$$

$$a_6 = -h_1 (k^2 + k_0 d_0) + \mathcal{M} h_2 d_0$$

$$b_6 = -p k d_0 h_2,$$

$$a_7 = + \mathcal{M} d_0 h_1 - h_2 (k^2 + k_0 d_0)$$

$$b_7 = k^2 E h_1,$$

$$b_8 = p k d_0 h_1,$$

où $\mathcal{M} = m + m^*$ et h_1, h_2, g_1, g_2 sont donnés par

$$h_1 = 1 \pm \frac{E - m}{E^* + m^*} \quad g_1 = p \left(\frac{1}{E + m} \pm \frac{1}{E^* + m^*} \right).$$

d) amplitudes partielles

Nous introduisons les amplitudes partielles d'hélicité comme au chapitre III par

$$\langle \mu' \lambda' | T | \lambda \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_J (J + \frac{1}{2}) \langle \mu' \lambda' | T^J | \lambda \rangle \exp(i(\lambda_i - \lambda_f)\varphi) d_{\lambda_i \lambda_f}^J(\theta)$$

où $\lambda_i = -\lambda$, $\lambda_f = \lambda' - \mu'$.

Nous posons $\varphi = 0$.

La relation inverse permet de calculer les $\langle \mu' \lambda' | T^J | \lambda \rangle$ dont nous donnons ci-dessous l'expression dans le cas $A = A(m^2)$, $B = B(m^2)$; les formules sont facilement généralisables au cas où l'on inclut la structure puisque $A(t)$

et $B(t)$ sont des sommes de pôles :

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T^J | \pm 1 \rangle &= \mp \frac{kN'}{2J+1} \{ [(J+1) Q_{J-1}(X) + JQ_{J+1}(X) \mp (2J+1) Q_J(X)] (1 \pm X) \\ &\quad \times [(a_1 \pm a_2)A + (b_1 + Xb_2)B] \mp \delta_{J1} [(J+1)((b_1 \pm b_2(1 \pm X))B \\ &\quad + (a_1 \pm a_2)A) \mp b_2B] \mp \delta_{J2} b_2B \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T^J | \pm 1 \rangle &= \frac{kN'}{J+1} \left(\frac{J-1}{J+2} \right)^{\frac{1}{2}} \{ [(a_3 \pm a_4)A \mp b_3B(1 \pm X)] \\ &\quad \times \left[\frac{4}{2J-1} (Q_{J-2}(X) - \frac{2J+1}{2} Q_J(X)) \mp \frac{(J+1)(J+2)}{2J+1} (Q_{J-1}(X) \right. \\ &\quad \left. - Q_{J+1}(X)) + \frac{X}{2J+1} (Q_{J-1}(X)(2J + (J+1)(J+2)) \right. \\ &\quad \left. - J(J+1) Q_{J+1}(X)) \right] + \frac{12}{5} (b_3B) \delta_{J2} \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T^J | \pm 1 \rangle &= \frac{2N'\sqrt{J(J+1)}}{\sqrt{3}(2J+1)} \left\{ (Q_{J+1}(X) - Q_{J-1}(X)) \left\{ \frac{kE^*X - k_0p}{m^*} ((a_1 \pm a_2)A \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (b_1 + Xb_2)B) \mp \frac{1}{2} k(1 \pm X)(A(a_3 \mp a_4) - b_3B(X \mp 1)) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \delta_{J1} \left\{ \frac{kE^*X - k_0p}{m^*} b_2B + \frac{kE^*}{m^*} ((a_1 \pm a_2)A + b_1B) - \frac{1}{2} k((a_3 \mp a_4)A \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{3} \delta_{J2} ([kE^*/m^*] b_2B + \frac{1}{2} k b_3B) \right\} \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T^J | \pm 1 \rangle &= \frac{2N'}{2J+1} \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ [(J+1) Q_{J-1}(X) + JQ_{J+1}(X) \mp (2J+1) Q_J(X)] \right. \\ &\quad \times \left[\frac{kE^*X - k_0p}{m^*} (A(a_3 \pm a_4) \mp b_3B(1 \pm X)) \mp \frac{1}{2} k((b_1 + Xb_2)B \right. \\ &\quad \left. + (a_1 \mp a_2)A)(1 \pm X) \right] - \delta_{J1} \left[(J+1) \left[\frac{kE^*}{m^*} (A(a_3 \pm a_4) \mp b_3B) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{k_0p - kE^*X}{m^*} b_3B - \frac{1}{2} k((b_1 \pm b_2(1 \pm X)B + (a_1 \mp a_2)A) \right] \right. \\ &\quad \left. \pm \left(\frac{1}{2} kb_2B + \frac{kE^*}{m^*} b_3B \right) \right] + \delta_{J2} \left(\frac{kE^*}{m^*} b_3B + \frac{1}{2} kb_2B \right) \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle +\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T^J | 0 \rangle &= \frac{2k \sqrt{J(J+1)} N'}{\sqrt{2} M (2J+1)} \{ (Q_{J-1}(X) - Q_{J+1}(X)) (B(b_4 + Xb_5 + X^2 b_6) \\ &+ A(a_5 + Xa_6)) - \delta_{J1} (b_5^B + a_6^A + Xb_6^B) - \frac{1}{3} \delta_{J2} b_6^B \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} | T^J | 0 \rangle &= \frac{2k}{\sqrt{2} M} \sqrt{\frac{J(J-1)}{(J+1)(J+2)}} N' \left\{ \left[\frac{2}{2J-1} (Q_{J-2}(X) - \frac{1}{2} (2J+1) Q_J(X)) \right. \right. \\ &\left. \left. + X^2 Q_J \right] [Aa_7 + B(b_7 - b_8 X)] + \frac{4}{5} \delta_{J2} (b_8^B) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle +\frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T^J | 0 \rangle &= \frac{2N'}{M} \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \frac{1}{m^*} \{ (kE^*X - pk_0) (Bb_4 + Aa_5 + X(b_5^B + a_6^A) + X^2 b_6^B) \right. \\ &\times Q_J(X) - \delta_{J0} (kE^* (b_4^B + a_5^A + \frac{1}{3} b_6^B) + (kE^*X - pk_0) \\ &\times (b_5^B + Aa_6 + Xb_6^B)) - \frac{1}{3} \delta_{J1} (kE^* (b_5^B + a_6^A) + b_6^B (kE^*X - pk_0)) \\ &- \frac{2}{15} \delta_{J2} kE^* b_6^B \} - \frac{1}{2} k \{ (1 - X^2) Q_J(X) (Aa_7 + Bb_7 - b_8^B X) \\ &+ \delta_{J0} (\frac{2}{3} b_8^B + X(Aa_7 + Bb_7) - b_8^B X^2) \\ &\left. + \frac{1}{3} \delta_{J1} (Aa_7 + Bb_7 - Xb_8^B) - \frac{2}{15} \delta_{J2} (b_8^B) \} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} | T^J | 0 \rangle &= \frac{2 \sqrt{J(J+1)} N'}{2J+1 M} \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \frac{1}{m^*} \{ (kE^*X - pk_0) (Aa_7 + Bb_7 - Xb_8^B) \right. \\ &\times (Q_{J-1}(X) - Q_{J+1}(X)) - \delta_{J1} (kE^* (Aa_7 + Bb_7) - (kE^*X - k_0 p) b_8^B) \\ &+ \frac{1}{3} \delta_{J2} (kE^* b_8^B) \} + \frac{1}{2} k \{ (b_4^B + a_5^A + X(b_5^B + a_6^A) + X^2 b_6^B) \\ &\times (Q_{J-1}(X) - Q_{J+1}(X)) - \delta_{J1} (b_5^B + a_6^A + Xb_6^B) - \frac{1}{3} \delta_{J2} b_6^B \} \} \end{aligned}$$

où

$$N' = cc^* \frac{\lambda'}{\mu} \frac{\pi}{kp}, \quad X = \frac{2Ed_0 - M^2}{2kp}, \quad Q_J(X) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{P_J(\cos \theta)}{X - \cos \theta} d(\cos \theta).$$

II. $N N^* \rightarrow N N$

Nous calculerons ce processus dans le modèle périphérique d'échange d'un π , corrigé par le facteur de forme pionique :

$$F(t) = \frac{1}{1 - \frac{\mu^2 - t}{\mu^2 - \alpha}} \quad \alpha = 0.15 \cdot 10^6.$$

Un tel modèle donne des résultats satisfaisants en accord avec les résultats expérimentaux de la production des π dans la réaction $N N \rightarrow N N \pi$.⁽⁵⁴⁾

a) cinématique

Nous désignons par p et p' les moments du nucléon et du N^* , p_1 et p_2 les moments des deux nucléons. Dans le système du centre de masse, nous adoptons les conventions suivantes

$$p_1 = (\vec{p}, E), \quad p_2 = (-\vec{p}, E), \quad p' = (\vec{r}, E^*), \quad p = (-\vec{r}, E').$$

Nous choisissons l'axe Oz suivant $\vec{p}$ et définissons l'angle de diffusion

$$\psi = (\vec{r}, \vec{p}).$$

Nous définissons

$$s = -(p + p')^2 = -(p_1 + p_2)^2; \quad t = -(p_2 - p)^2 = -(p_1 - p')^2; \quad u = -(p_1 - p)^2 = -(p_2 - p')$$

b) expression de l'amplitude et des amplitudes d'hélicité

Dans le modèle périphérique l'amplitude pour le processus $N N^* \rightarrow N N$ s'écrit :

$$\mathcal{C} = \frac{\lambda_1}{\mu} G F(t) \frac{1}{\mu^2 - t} \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p) \bar{u}(p_1) (\epsilon \cdot p_1) u(p') - \text{idem } (p_2 \leftrightarrow p_1) \quad (\text{A.5})$$

ϵ_μ décrit la polarisation du N^* ; l'amplitude est antisymétrisée dans l'échange des deux nucléons. Nous désignons par $F_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2}$ l'amplitude d'hélicité, λ'_1 et λ'_2 désignant respectivement les hélicités du nucléon et du N^* , μ_1 et μ_2 les hélicités associées aux nucléons de moments p_1 et p_2 . Il y a en général 32 amplitudes d'hélicité, mais l'invariance par parité réduit le nombre d'amplitudes d'hélicité indépendantes à 16. Nous calculerons celles qui correspondent à une hélicité positive pour le N^* .

Pour simplifier les notations, nous posons

$$F_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2} = \left(\frac{\lambda_1}{\mu} G \right) \left(\frac{(m + E)^2 (m^* + E^*) (m + E')}{4m^3 m^*} \right)^{\frac{1}{2}} F_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2} = C F_{\lambda'_1 \lambda'_2 \mu_1 \mu_2}$$

et définissons les quantités suivantes

$$T_{\pm 1} = F_{\frac{1}{2} \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 1, \quad \mu = 0, \quad T_{\pm 5} = F_{\frac{1}{2} \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 1, \quad \mu = \pm 1,$$

$$T_{\pm 2} = F_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad T_{\pm 6} = F_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 0, \quad \mu = \pm 1,$$

$$T_{\pm 3} = F_{-\frac{1}{2} \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 1, \quad \mu = 0, \quad T_{\pm 7} = F_{-\frac{1}{2} \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 1, \quad \mu = \pm 1,$$

$$T_{\pm 4} = F_{-\frac{1}{2} \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 2, \quad \mu = 0, \quad T_{\pm 8} = F_{-\frac{1}{2} \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}}, \quad \lambda = 2, \quad \mu = \pm 1,$$

(A.6)

où $\lambda = \lambda'_2 - \lambda'_1$, $\mu = \mu_1 - \mu_2$.

La contribution du 1er terme de (A.5) est donnée sous la forme :

$$\begin{aligned}
T_{+1}^1 &= \frac{F(t)}{\mu - t} \left[-g_2 h_2 \cos^2 \frac{1}{2} \psi \left(p \frac{\sin \psi}{\sqrt{2}} \right) \right], \\
T_{-1}^1 &= \frac{F(t)}{\mu - t} \left[-g_1 h_1 \sin^2 \frac{1}{2} \psi \left(p \frac{\sin \psi}{\sqrt{2}} \right) \right], \\
T_{+2}^1 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{F(t)}{\mu - t} \left[h_2 g_2 \cos^2 \frac{1}{2} \psi \left(\frac{pE^*}{m^*} \cos \psi - \frac{Er}{m^*} \right) - \frac{p}{4} h_2 g_1 \sin^2 \psi \right], \\
T_{-2}^1 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{F(t)}{\mu - t} \left[h_1 g_1 \sin^2 \frac{1}{2} \psi \left(\frac{pE^*}{m^*} \cos \psi - \frac{Er}{m^*} \right) + \frac{p}{4} h_1 g_2 \sin^2 \psi \right], \quad (A.7) \\
T_{+3}^1 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{F(t)}{\mu - t} \left[-h_1 g_2 \frac{1}{2} \sin \psi \left(\frac{pE^*}{m^*} \cos \psi - \frac{Er}{m^*} \right) + \frac{p}{2} h_1 g_1 \sin^2 \frac{\psi}{2} \sin \psi \right] \\
T_{-3}^1 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{F(t)}{\mu - t} \left[h_2 g_1 \frac{1}{2} \sin \psi \left(\frac{pE^*}{m^*} \cos \psi - \frac{Er}{m^*} \right) + \frac{p}{2} h_2 g_2 \cos^2 \frac{\psi}{2} \sin \psi \right] \\
T_{+4}^1 &= \frac{F(t)}{\mu - t} \left[h_1 g_2 \frac{\sin^2 \psi}{\sqrt{2}} \right], \quad T_{-4}^1 = \frac{F(t)}{\mu - t} \left[-h_2 g_1 p \frac{\sin^2 \psi}{\sqrt{2}} \right], \\
T_{\pm 5}^1 &= \pm T_{\pm 4}^1, \quad T_{\pm 6}^1 = \pm T_{\pm 3}^1, \quad T_{\pm 7}^1 = \mp T_{\pm 2}^1, \quad T_{\pm 8}^1 = \mp T_{\pm 1}^1,
\end{aligned}$$

où

$$h_{\frac{1}{2}} = \frac{p}{E + m} \pm \frac{r}{E' + m} \quad g_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \frac{rp}{(E + m)(E^* + m^*)}.$$

La contribution du deuxième terme de (A.5) s'obtient facilement à partir de (A.7) en opérant le changement $\psi \rightarrow \pi - \psi$, $t \rightarrow u$.

c) expression des amplitudes partielles

Définissons les amplitudes d'ondes partielles :

$$T_{\pm i}^J = 2\pi C \int T_{\pm i}(\psi) d_{\lambda\mu}^J(\psi) d(\cos \psi).$$

Les valeurs de λ et μ sont données dans la formule (A.6) pour chaque i et

$$T_{\pm i}(\psi) = T_{\pm i}^1(\psi) - T_{\pm i}^2(\psi).$$

Nous pouvons combiner les amplitudes partielles d'hélicité de façon à former des amplitudes partielles de parité définie. Celles-ci sont définies comme :

$$\mathcal{T}_{\pm i}^J = \frac{1}{\sqrt{2}} [T_{+i}^J \pm T_{-i}^J].$$

Nous obtenons les expressions suivantes, dans le cas $F(t) = 1$, la généralisation est triviale :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\pm 1}^J = & -Np \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \left[\frac{1 + (-)^J}{2} \right] [\mathcal{Q}_{J+1}(X) - \mathcal{Q}_{J-1}(X)] \\ & \times [g_2 h_2 (1+X) \pm g_1 h_1 (1-X)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\pm 2}^J = & \frac{2N}{\sqrt{3}} \frac{1}{2} (1 + (-)^J) \left\{ \frac{pE^*X - rE}{m^*} [g_2 h_2 (1+X) \pm g_1 h_1 (1-X)] \mathcal{Q}_J \right. \\ & - \frac{1}{2} p [g_1 h_2 \mp g_2 h_1] [(1-X^2) \mathcal{Q}_J + X \delta_{J0}] \\ & \left. - \delta_{J0} \left[\frac{pE^*(1+X) - rE}{m^*} g_2 h_2 \pm \frac{pE^*(1-X) + rE}{m^*} g_1 h_1 \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\pm 3}^J = & \frac{2N}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \frac{1}{2} [1 + (-)^J] [\mathcal{Q}_{J+1}(X) - \mathcal{Q}_{J-1}(X)] \\ & \times \left\{ \frac{pE^*X - rE}{m^*} (-g_2 h_1 \pm g_1 h_2) + \frac{1}{2} p [(1-X) g_1 h_1 \pm (1+X) g_2 h_2] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\pm 4}^J = & N \left[\frac{J(J-1)}{(J+1)(J+2)} \right]^{\frac{1}{2}} p (g_2 h_1 \mp g_1 h_2) \frac{1}{2} \{1 + (-)^J\} \\ & \times \left\{ \frac{2}{2J-1} (\mathcal{Q}_{J-2} - \mathcal{Q}_J) - (1-X^2) \mathcal{Q}_J \right\}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{J}_{\pm 5}^J = N \frac{1}{2} \{1 \pm (-)^{J+1}\} \frac{p}{2J+1} \{[(J+1) Q_{J-1} + J Q_{J+1}]\}$$

$$\times [g_2 h_1 (1-X) \pm g_1 h_2 (1+X)]$$

$$+ (2J+1) Q_J [g_2 h_1 (1-X) \mp g_1 h_2 (1+X)]\},$$

$$\mathcal{J}_{\pm 6}^J = \frac{2N}{\sqrt{3}} \frac{1}{2} \{1 \pm (-)^{J+1}\} \frac{p}{2J+1} [Q_{J+1} - Q_{J-1}] \left\{ \frac{pE^*X - rE}{m^*} (g_2 h_1 \mp g_1 h_2) \right.$$

$$- \frac{1}{2} p [g_1 h_1 (1-X) \pm g_2 h_2 (1+X)]$$

$$\left. - \delta_{J1} \left\{ - \frac{pE^*}{m^*} (g_2 h_1 \mp g_1 h_2) + \frac{1}{2} p (g_1 h_1 \pm g_2 h_2) \right\} \right\},$$

$$\mathcal{J}_{\pm 7}^J = \frac{N}{\sqrt{3}} \frac{1}{2} (1 \pm (-)^{J+1}) \frac{2}{2J+1} \left\{ \frac{pE^*X - rE}{m^*} \{(-g_2 h_2 \pm g_1 h_1) \right.$$

$$\times [(J+1) Q_{J-1} + J Q_{J+1}] + (-g_2 h_2 \mp g_1 h_1) (2J+1) Q_J \}$$

$$+ \frac{1}{2} p \{[g_1 h_2 (1-X) \pm g_2 h_1 (1+X)][(J+1) Q_{J-1} + J Q_{J+1}]\}$$

$$+ [g_1 h_2 (1-X) \mp g_2 h_1 (1+X)] (2J+1) Q_J \}$$

$$- \delta_{J1} (J+1) \left\{ \frac{pE^*}{m^*} (g_2 h_2 \mp g_1 h_1) - (g_1 h_2 \mp g_2 h_1) \frac{1}{2} p \right\} \},$$

$$\mathcal{J}_{\pm 8}^J = -N \frac{1}{2} (1 \pm (-)^{J+1}) \frac{2}{J+1} \left[\frac{J-1}{J+2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\times \left\{ (g_2 h_2 \pm g_1 h_1) \left[\frac{4}{2J-1} (Q_J - Q_{J-2}) + 2(1-X^2) Q_J \right] \right.$$

$$\left. + [g_2 h_2 (1+X) \mp g_1 h_1 (1-X)] \frac{(J+1)(J+2)}{2J+1} [Q_{J+1} - Q_{J-1}] \right\},$$

avec

$$N = C \times 2\pi \times \frac{1}{2pr},$$

$$X = (E'E + \frac{1}{2} \mu^2 - m^2)/pr,$$

$$Q_J = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{P_J(\cos \theta)}{X - \cos \theta} d(\cos \theta).$$

APPENDICE B

Dans cet appendice, nous donnons les formules qui permettent de calculer l'asymétrie du pion dans la réaction $p p \rightarrow \pi^+ d$ sur des protons polarisés et la polarisation du proton dans la réaction $\pi^+ d \rightarrow p p$.

1) L'asymétrie du pion

Choisissons la polarisation du proton le long de l'axe Oy : $P = 2 \langle s_y \rangle$, d'après Jacob et Wick⁽⁴²⁾, on obtient la section efficace polarisée sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 + 3 \sqrt{2} \langle s_y \rangle \Sigma(\theta) \cos \varphi)$$

où $(d\sigma/d\Omega)_0$ désigne la section efficace non polarisée :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{\kappa}{4} \sum_{\lambda \mu_1 \mu_2} |F_{\lambda \mu_1 \mu_2}|^2 = \frac{\kappa}{4} I(\theta).$$

κ est un facteur cinématique

$$\kappa = \left(\frac{m}{4 \pi W}\right)^2 \frac{k}{p}.$$

On trouve que $\Sigma(\theta)$ est donné par la formule :

$$\Sigma(\theta) \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sum_{\lambda \mu_1 \mu_2} C\left(\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ \left| \ \frac{1}{2} \ 1; \mu_1 - 1\right)\right) \operatorname{Im} F_{\mu_1 - 1 \ \mu_2; \lambda}^* F_{\mu_1 \mu_2; \lambda}}{I(\theta)}$$

ce qui s'écrit encore

$$I(\theta) \Sigma(\theta) \cos \varphi = \frac{2 \sqrt{2}}{3} \sum_{\lambda \mu_2} \operatorname{Im} (F_{-\frac{1}{2} \mu_2; \lambda}^* F_{\frac{1}{2} \mu_2; \lambda}) \quad (\text{B.1})$$

2) Polarisation du proton dans $\pi^+ d \rightarrow p p$

Une formule analogue donne la polarisation du proton le long de l'axe $Oy' \parallel \vec{k} \wedge \vec{p}$:

$$I(\theta) \langle s_{y'} \rangle = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sum_{\lambda \mu_1 \mu_2} C\left(\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \mid \frac{1}{2} \ 1; \mu_1 - 1\right) \text{Im} (F_{\lambda \mu_1 \mu_2} F_{\lambda \mu_1 - 1 \mu_2}^* e^{-i\varphi}). \quad (\text{B.2})$$

3) Analyse en termes d'ondes dominantes

Nous comparerons la formule (B.1) avec la formule donnée par R.E. Marshak et A. Messiah⁽⁶¹⁾ dans le cas où l'on retient seulement les ondes dominantes suivantes :

$$a = T_{011}^1$$

$$b = T_{100}^0$$

$$c = T_{120}^2.$$

Nous adoptons la notation suivante :

$$\begin{aligned} a &= \rho_1 e^{i\delta_1} \alpha \\ b &= \rho_0 e^{i\delta_0} \alpha \\ c &= \alpha. \end{aligned}$$

On peut montrer facilement que

$$I(\theta) = \frac{1}{4\pi} \alpha^2 \frac{3}{2} (5 - 2\sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0) \left(\frac{2}{3} \frac{\rho_0^2 + 3\rho_1^2 + \sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0 + \frac{5}{2}}{5 - 2\sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0} + \cos^2 \theta \right)$$

que nous réécrivons sous la forme :

$$I(\theta) = \frac{3\alpha^2}{8\pi} (5 - 2\sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0) (A + \cos^2 \theta).$$

La formule (B.1) s'écrit dans ce cas

$$I(\theta) \Sigma(\theta) \cos \varphi = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{1}{\pi} \sin \theta [\operatorname{Im}(b^* a) + \sqrt{\frac{5}{2}} \operatorname{Im}(c^* a)] \cos \varphi$$

et nous obtenons

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 - \langle s_y \rangle + 4\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\rho_1 (\rho_0 \sin(\delta_0 - \delta_1) - \sqrt{\frac{5}{2}} \sin \delta_1)}{(5 - 2\sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0) (A + \cos^2 \theta)} \sin \theta \cos \varphi)$$

On définit le paramètre d'asymétrie $Q(\theta)$ comme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 - PQ \frac{A \sin \theta \cos \varphi}{A + \cos^2 \theta})$$

donc

$$Q(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{3 \rho_1 (\sqrt{2} \rho_0 \sin(\delta_0 - \delta_1) - \sqrt{5} \sin \delta_1)}{\rho_0^2 + 3 \rho_1^2 + \sqrt{10} \rho_0 \cos \delta_0 + \frac{5}{2}}.$$

Cette formule identique à la formule donnée par Marshak et Messiah (à la définition de ρ_1 près) indique que l'approximation qui consiste à ne garder que trois ondes dominantes conduit à un $Q(\theta)$ isotrope contrairement aux résultats expérimentaux⁽⁶⁰⁾. Nous trouverons qu'il est effectivement possible en incluant d'autres ondes interférant avec T_{120}^2 de reproduire la forme de $Q(\theta)$ (Figs. 37-38).

REFERENCES

- (1) K. Nishijima, Phys. Rev. 111, 995 (1958),
- (2) R. Haag, Phys. Rev. 112, 669 (1958),
- (3) W. Zimmermann, Nuovo Cimento 10, 597 (1958),
- (4) R. Blankenbecler, M.L. Goldberger et R.F. Halpern, Nucl. Phys. 12, 629 (1959),
- (5) R. Blankenbecler et L.F. Cook, Phys. Rev. 119, 1745 (1960),
- (6) F.J. Gross, Phys. Rev. 134, B 405 (1964),
- (7) J. Tran Thanh Van, Thèse de doctorat, Ann. Phys. (Paris) 9 (1964),
- (8) M. Gourdin, M. Le Bellac, F.M. Renard et J. Tran Thanh Van, Nuovo Cimento 37, 524 (1965),
- (9) M. Le Bellac, F.M. Renard et J. Tran Thanh Van, Nuovo Cimento 33, 594 (1964),
- (10) M. Gourdin et Ph. Salin, Nuovo Cimento 27, 193 (1963),
- (11) K.C. Rogers et L.M. Lederman, Phys. Rev. 105, 247 (1957),
E.G. Pewitt et al., Phys. Rev. 131, 1826 (1963),
L.S. Dulkova et al., Sov. Phys. JETP 8, 217 (1959),
G. Brunhart, G.S. Faughn et V.P. Kenny, Nuovo Cimento 29, 1163 (1963),
- (12) R. Durbin, H. Loar et J. Steinberger, Phys. Rev. 83, 646 (1951),
T.H. Fields, J.G. Fox, J.A. Kane, R.A. Stallwood, Phys. Rev. 95, 638 (1954),
F.S. Crawford et M.L. Stevenson, Phys. Rev. 97, 1305 (1955),
A.P. Batson et al., Proc. Roy. Soc. A251, 218 (1959),
M.G. Mescheryakov et al., Dokl. Akad. Nauk. SSSR 100, 673 (1965),
C.E. Cohn, Phys. Rev. 105, 1582 (1957),
M.G. Mescheryakov et B.S. Neganov, Dokl. Akad. Nauk. SSSR 100, 677 (1965),
B.S. Neganov et L.B. Parfenov, Letters to the Editor, Exp. Theoret. Phys. 34, 767 (1958),
D.F. Measday et al., CERN preprint (1968),
- (13) G. Mennessier, communication privée,
- (14) J.S. Ball, W.R. Frazer, Phys. Rev. Letters 7, 204 (1961),
- (15) G. Chew, "The Analytic 'S' Matrix", W.A. Benjamin, Inc., New York, Amsterdam, 1966,

- (16) L.D. Landau, Nucl. Phys. 13, 181 (1959),
R.E. Cutkosky, J. Math. Phys. 1, 429 (1960),
- (17) R.M. Rockmore, Phys. Rev. 105, 256 (1957),
- (18) H.N. Pendleton, Phys. Rev. 131, 1833 (1963),
- (19) S. Fernbach, F.A. Green et K.M. Watson, Phys. Rev. 82, 980 (1951)
S. Fernbach, F.A. Green et K.M. Watson, Phys. Rev. 84, 1084 (1952),
- (20) K.A. Brueckner, Phys. Rev. 89, 834 (1953), et
Phys. Rev. 90, 715 (1953),
- (21) A. Ramakrishnan et al., Nucl. Phys. 29, 680 (1962),
- (22) B.H. Bransden et R.G. Moorhouse, Nucl. Phys. 6, 310 (1958),
- (23) B.A. Lippmann et J. Schwinger, Phys. Rev. 79, 469 (1950),
- (24) J.J. Brehm et J. Sucher, Ann. Phys. (N.Y.) 25, 1 (1963),
- (25) F. Ando et D. Feldman, Suppl. Progr. Theor. Phys. 37, 524 (1966),
- (26) S. Mandelstam, Phys. Rev. Letters 4, 84 (1960),
- (27) J.N. Chahoud et G. Russo, Nuovo Cimento 45, 493 (1966),
- (28) C. Lovelace et al., Phys. Letters 22, 332 (1966),
L.M. Brown et P. Singer, Phys. Rev. 133, 812 (1964),
G. Kepp et P. Soding, Phys. Letters 23, 494 (1966),
R.A. Bryan et al., Nucl. Phys. 45, 353 (1963),
R.A. Bryan et B.L. Scott, Phys. Rev. 135, B 434 (1964),
- (29) D. Schiff et J. Tran Thanh Van, Nuovo Cimento 58, 1 (1967),
J. Ball et P. Thurnauer, Phys. Rev. 136, B 529 (1964),
- (30) F.J. Gross, Phys. Rev. 136, B 140 (1964),
- (31) D.B. Lichtenberg, Phys. Rev. 100, 305 (1955),
D.B. Lichtenberg, Phys. Rev. 105, 1084 (1957),
- (32) D.A. Geffen, Phys. Rev. 99, 1534 (1955),
- (33) A.E. Woodruff, Phys. Rev. 117, 1113 (1960),
- (34) K.A. Brueckner et K.M. Watson, Phys. Rev. 83, 1 (1951),
Phys. Rev. 86, 923 (1952),
- (35) K.M. Watson, Phys. Rev. 88, 1163 (1952),
- (36) M. Gell-Mann et K.M. Watson, Ann. Rev. Nucl. Sci. 4, 219 (1954),
- (37) A.H. Rosenfeld, Phys. Rev. 96, 139 (1954),

- (38) S. Mandelstam, Proc. Roy. Soc. (London) A244, 491 (1958),
- (39) K. Vasavada, Ann. Phys. (N.Y.) 34, 191 (1965),
- (40) J. Chahoud, G. Russo et F. Selleri, Nuovo Cimento 45, 38 (1966),
- (41) R. Omnès, Nuovo Cimento 8, 316 (1958),
 N.I. Muskhelishvili, Singular integral equations, Noordhoff, Groningen,
 the Netherlands (1953).
- (42) M. Jacob et G.C. Wick, Ann. Phys. (N.Y.) 7, 404 (1959),
- (43) J.G. Taylor, Nuovo Cimento 22, 92 (1961),
- (44) N. Nakanishi, Phys. Rev. 126, 1225 (1963),
- (45) J.G. Taylor et A.E.A. Warburton, Phys. Rev. 120, 1506 (1960),
- (46) J. Kennedy et T.D. Spearman, Phys. Rev. 126, 1596 (1962),
- (47) G. Cohen-Tannoudji, A. Morel et H. Navelet, Ann. Phys. (N.Y.) 46, 239 (1968),
- (48) J.D. Jackson et J.E. Hite, Phys. Rev. 169, 1248 (1968),
- (49) M. Gourdin, Nuovo Cimento 32, 493 (1964),
- (50) M. Le Bellac, unpublished,
- (51) G. Höhler, Nuovo Cimento 36, 585 (1960),
- (52) J. Mackinley, Rev. Mod. Phys. 35, 788 (1963),
 C. Michael, Phys. Rev. 156, 1677 (1966),
- (53) J.S. Ball, A. Scotti et D.Y. Wong, Phys. Rev. 142, 1000 (1966),
- (54) E. Ferrari et F. Selleri, Nuovo Cimento 27, 1450 (1967),
- (55) I. MacGee, Univ. of Wisconsin, preprint (1966),
- (56) H.G. Dosch, Z. Physik 198, 461 (1967),
 H. Kottler et K.L. Kowalski, Nucl. Phys. 53, 334 (1964),
 M.J. Moravcsik, Nucl. Phys. 7, 113 (1958),
- (57) G. Breit et al., Phys. Rev. 120, 2227 (1960),
 Phys. Rev. 128, 830 (1962),
- (58) Y. Hama et N. Hoshiziki, Kyoto University preprint (1963)
- (59) L.S. Azhgirey et al., Phys. Letters 6, 196 (1963)
- (60) R.L. McIlwain et al., Phys. Rev. 127, 239 (1962). Cet article contient en
 outre une liste complète de références expérimentales,
- (61) R. Rose, W. Paul, K. Steckhorst et K.H. Kessler, Z. Physik 202, 364 (1967),
- (62) D. Schiff et J. Tran Thanh Van, Nucl. Phys. B3, 671 (1967) et Nucl. Phys.

B5, 529 (1968),

(63) D. Schiff et J. Tran Thanh Van, unpublished,

(64) R.E. Marshak et A.M.L. Messiah, Nuovo Cimento 11, 337 (1954).

